

современная теория радиолокации

М. Карпентье

современная теория радиолокации

• советское радио •



M. CARPENTIER

RADARS THÉORIES MODERNES

PRÉFACE DE

l'Ingénieur général PENIN

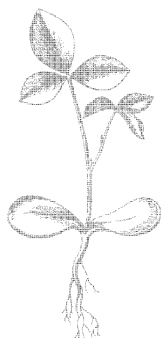
DUNOD
PARIS
1963

М. КАРПЕНТЬЕ

СОВРЕМЕННАЯ ТЕОРИЯ РАДИОЛОКАЦИИ

Перевод с французского *П. К. Горохова*
под редакцией *Г. А. Угера*

Издательство «СОВЕТСКОЕ РАДИО»
МОСКВА — 1965



В книге излагаются элементарные основы статистической теории радиолокационного обнаружения и измерения координат целей. Рассматриваются различные методы обнаружения полезного сигнала в шуме, повышения точности и разрешающей способности радиолокационных станций.

Книга написана простым языком и рассчитана на читателей, знакомых с основами математического анализа и теории вероятностей. Автор сосредоточил свое внимание не на строгих математических выводах и доказательствах, а на выяснении физической сущности конкретных явлений. Рассматриваемые теоретические положения иллюстрируются большим количеством численных примеров и рисунков.

Книга будет полезной широким кругам инженеров и техников радиолокационной специальности, а также студентам учебных заведений радиолокационного профиля.

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

За последние годы у нас и за рубежом было опубликовано много работ по отдельным вопросам статистической теории радиолокации. Как правило, изложение материала проводится на очень высоком теоретическом уровне и требует от читателя глубокого знания совсем недавно развившихся разделов математики.

Разобраться в этом материале невозможно без предварительного изучения теории случайных процессов, статистических решений, последовательного анализа и т. д. Надо заметить, что широкое привлечение теоретико-вероятностного аппарата к исследованию задач радиолокации определяется не просто желанием придать «научность» современной радиолокационной теории, а обусловлено самим существом проблемы, поскольку основные процессы, протекающие в радиолокационных устройствах, по своей природе случайны. С современной точки зрения прием отраженных сигналов — это своеобразная «игра» с природой, когда можно предвидеть только вероятность результата, но не больше. Без знания законов этой игры нельзя ни оценить возможности уже имеющихся радиолокационных станций, ни создать новые более эффективные методы радиолокации.

К сожалению, большой круг инженеров-практиков, окончивших ВУЗы 10—15 лет назад и не имеющих соответствующей математической подготовки, оказываются, таким образом, практически отключенными от современных идей. Естественно, поэтому, что сейчас имеется большая потребность в элементарном изложении современной радиолокационной теории. Неизбежная при этом потеря математической строгости в изложении материала не представляет большой беды, так как эта

строгость нужна, очевидно, только при получении новых результатов, когда надо быть уверенным в том, что применяемый математический аппарат не вносит дополнительных ошибок.

Предлагаемая вниманию читателя книга, написанная известным французским радиолокационным специалистом М. Карпентье, является именно таким элементарным курсом. Автору удалось в очень небольшом объеме и без сложной математики изложить современный подход к таким основным понятиям как дальность действия, точность и разрешающая способность радиолокационной станции. В книге дается достаточно ясное представление о новейших методах приема и обработки сигналов, включая обработку на цифровых вычислительных машинах. Описываются наиболее важные и перспективные направления в радиолокационной технике, связанные с применением метода сжатия импульсов, работой станций на случайно меняющихся частотах, моноимпульсной работой и т. д.

Изложение теории автор сопровождает большим количеством численных примеров, которые позволяют читателю не только легче разобраться в вопросах теории, но и почувствовать, что очень важно, порядок величин, с которыми приходится иметь дело в практике.

Заметим, что, несмотря на элементарность, книга совсем не легка для усвоения и требует большого напряжения от читателя. Объясняется это исключительной сжатостью изложения, принимающего порой буквально характер конспективной записи, и тем, что в некоторых местах книги методическая сторона изложения не всегда удачна.

Несмотря на большой соблазн, мы не считали, однако, возможным изменять ни порядок мыслей, ни стиль автора. В тех случаях, где утверждения автора могли показаться для читателя недостаточно обоснованными, нами сделаны или поясняющие сноски, или вставки (петитом) непосредственно в текст.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Прошло около тридцати лет с тех пор, как специалисты в области радиотехники начали задумываться над возможностью использования электромагнитных волн для обнаружения физических объектов в пространстве и определения их местоположения. Вначале они пробовали подойти к решению этой задачи различными путями. Однако, как это часто бывает, возможность реализации разработанных принципов зависела от состояния технических средств. Применение магнетрона, являвшегося в течение многих лет единственной лампой, способной генерировать колебания большой мощности, определило направление развития радиолокации. Это развитие пошло по пути применения больших мгновенных мощностей в форме коротких высокочастотных импульсов. Однако этот метод, ставший классическим, имел существенный недостаток, состоявший в том, что в пределах длительности импульса почти невозможно было управлять частотой колебаний.

Несмотря на то, что импульсные радиолокационные станции во время последней мировой войны были доведены до высокой степени совершенства, применяемые в них передающие устройства очень похожи на передатчики с однокаскадным автогенератором начального периода развития радиосвязи. Инженеры, работавшие с такими передатчиками, заботились только о стабилизации их рабочей частоты и не мечтали о том, чтобы изменять ее по какому-либо заданному закону.

Когда стало ясно, что возможности магнетрона исчерпываются, исследователи начали разрабатывать лампы, физические свойства которых основывались на других принципах. Это привело к созданию новых ламп, кото-

рые могли быть применены в генераторах с посторонним возбуждением.

Одновременно с этим, внимательное изучение условий действия радиолокационных станций классического типа и их характеристик, привело к критике некоторых утвердившихся понятий. Это относится, в частности, к понятию точности измерения дальности при помощи коротких импульсов.

Так как полезный сигнал на входе приемника непрерывно флуктуирует, то его трудно отличить от мешающего сигнала, каким является флуктуационный шум. Это привело к необходимости вероятностного подхода к теории радиолокации.

Технический прогресс, связанный с прогрессом в понимании основных явлений, позволяет разрабатывать радиолокационные станции на основе новых принципов. Применение этих принципов в некоторых частных случаях может привести к результатам, практически недостижимым при работе с классическими радиолокационными станциями.

Такой новый подход к теории радиолокации становится сейчас основным. Теория развивалась постепенно и поэтому оказалась разбросанной в большом количестве статей, опубликованных в различных специальных журналах, причем в каждой из этих статей, как правило, освещался только частный аспект общей проблемы. В этой связи мы с особым удовлетворением отмечаем появление книги, содержащей синтез новейших идей в радиолокации.

В течение нескольких лет работы в техническом отделе управления связи военно-воздушных сил М. Карпентье с группой выдающихся инженеров с большой убежденностью занимался развитием новых теорий радиолокации, обсуждал их с инженерами промышленности, стремился подтвердить работами теоретического и практического характера.

М. Карпентье известен как преподаватель курса радиолокации в ряде высших технических школ. Используя свой богатый педагогический опыт, он стремился изложить новые теории в ограниченной по объему, но насыщенной по содержанию книге. Учитывая, что его ученики не всегда знакомы со всеми аспектами теории вероятностей и анализа, он сумел сократить математи-

ческие выводы до необходимого минимума и сосредоточил внимание на выяснении физического смысла конкретных явлений.

Хотя книга М. Карпентье представляет собой прежде всего учебное пособие, она несомненно будет интересна и для инженеров-практиков, поскольку автор, намеренно опуская известные сведения о классических радиолокационных станциях, знакомит с содержанием специальных статей, поясняя их результатами собственных работ.

Таким образом, данная книга предназначена для широкого круга читателей и ее успех, в котором мы не сомневаемся, будет способствовать прогрессу непрерывно развивающейся техники радиолокации.

Эта книга, представляющая собой пример проявления постоянного творческого энтузиазма, отражает достигнутые практические результаты и будет содействовать поддержанию хорошей репутации французских инженеров.

Ф. Пенн

ОТ АВТОРА

Главы этой книги написаны с целью представить в сжатой форме новые идеи, которые приблизительно с 1947 г. начали обсуждаться в кругах специалистов по радиолокации.

Источниками для этих глав послужили:

— результаты товарищеских дискуссий, проведенных автором с инженерами промышленности и инженерами управления связи военно-воздушных сил;

— собственные исследования автора, выполненные при поддержке и участии как его руководителей, так и товарищей по работе;

— важнейшие работы, опубликованные по рассматриваемым вопросам; в списке работ первое место занимают работы Ф. Вудворда.

Автор выражает свою особую благодарность генералу инженерной службы Пенину, начальнику управления связи военно-воздушных сил, инженер-полковнику Колену, инженер-полковнику Флурену, инженер-майору Шамбо и капитану Адамсбауму.

Эта книга должна дополнить лекции, читаемые автором в Высшей Национальной школе авионавтики и Высшей электротехнической школе.

СИГНАЛ И ШУМ, КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ИЗВЕСТНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1.1. ПРОБЛЕМА РАДИОЛОКАЦИИ

Радиолокационная станция, по определению, представляет собой устройство для обнаружения объектов и измерения их координат при помощи радиоволн. Это значит, что она способна обнаруживать находящийся на большом удалении объект и измерить расстояние до него.

Первые идеи, относящиеся к электромагнитному обнаружению целей, были довольно простыми (кстати, они до сих пор еще не устарели). Устройство имело антенну, обладавшую полным сопротивлением определенной величины. Приближающийся металлический объект изменял это сопротивление, что указывало на «нарушение нормального состояния». Однако такая информация очень быстро оказалась недостаточной, и поэтому были предприняты поиски других способов определения дальности цели (и направления на нее).

К этому времени появились генераторные лампы (магнетроны), способные создавать очень большую мощность в течение коротких интервалов времени. Это привело к тому, что стали излучать короткие сигналы и измерять время от момента излучения сигнала передатчиком до момента приема отраженного от цели сигнала. Это время пропорционально дальности цели.

Большинство радиолокационных станций, разработанных в течение последних двадцати лет, основывались на этом принципе. Практическое осуществление этого принципа оказалось не такой простой задачей.

Рассмотрим радиолокационную станцию, способную излучать короткий сигнал длительностью 1 мксек, мощ-

ностью 1 Мвт , представляющий собой незатухающие колебания сверхвысокой частоты (несколько тысяч мегагерц). Эту энергию можно излучать во всех направлениях, но, как легко понять, возможно получить очень большой выигрыш в мощности, если сосредоточить ее в ограниченной зоне, применяя для излучения направленную антенну.

Если антенна имеет достаточно большие размеры и, следовательно, узкую диаграмму направленности, то в определенном направлении можно получить результат, аналогичный увеличению в $10\,000$ раз мощности, излучаемой равномерно во всех направлениях. Но при выполнении и этих условий цель, находящаяся на большом удалении (несколько сот километров), будет облучена лишь незначительной долей излучаемой энергии, которую, в свою очередь, она рассеивает по всем направлениям. Из всей рассеиваемой целью энергии приемная антенна, даже если ее размеры велики, уловит только ничтожную часть. Так при излучаемом сигнале мощностью 1 Мвт принятый отраженный сигнал имеет мощность порядка 10^{-15} вт . Этот сигнал сохраняет форму излученного сигнала, но слабее последнего более чем в 10^{20} раз.

Сам по себе этот факт не является неприятным. Достаточно иметь очень чувствительный приемник для усиления слабого принятого сигнала до заданного уровня. Неприятности заключаются в том, что этот слабый сигнал всегда сопровождается шумом. По своему происхождению шум может быть атмосферным, собственным шумом приемника, помехой (намеренной или ненамеренной) от других систем. Шум маскирует полезный сигнал.

Для улучшения возможности обнаружения полезного сигнала шум можно отфильтровать путем сужения полосы пропускания приемника. Это эффективно только до того момента, когда шум примет вид последовательности сигналов почти такой же длительности, как и полезный сигнал (рис. 1.1).

Начиная с этого момента дальнейшая фильтрация будет ослаблять полезный сигнал быстрее, чем шум и потери превысят выигрыш. Говоря иначе, чем больше длительность сигнала, тем лучше может быть отфильтрован шум. Кроме того, чем мощнее излучаемый сиг-

нал, тем больше мощность принятого сигнала и тем благоприятнее условия приема.

Таким образом, для достижения большей дальности действия в предложенной системе нужно:

— разумно использовать фильтрацию, так как если шум будет сходен с полезным сигналом, то *можно совершить ошибку, сделав заключение о наличии цели*,

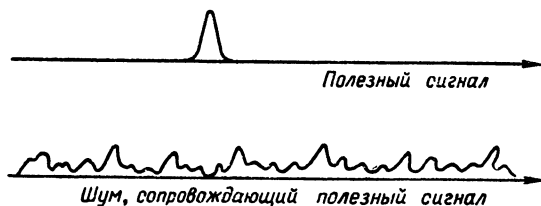


Рис. 1.1.

в то время как она в действительности отсутствует (заметим, что такого рода заключение никогда не бывает полностью надежным);

— повышать мгновенную излучаемую мощность (мощность в импульсе);

— увеличивать длительность излучаемого сигнала, что дает возможность лучше отфильтровывать шум.

Применение последнего способа в классических радиолокационных станциях ограничивается двумя причинами:

— с увеличением длительности излучаемого сигнала ухудшается точность измерения дальности;

— если длительность излучаемого сигнала достаточно большая, то два находящихся близко друг к другу объекта будут восприниматься как один (ухудшение разрешающей способности по дальности).

Для увеличения дальности действия радиолокационной станции необходимо повышать мощность в импульсе. В течение последних десяти лет перед специалистами в области радиолокации возникли новые проблемы: увеличение дальности действия в 10—20 раз; повышение вероятности обнаружения в условиях действия намеренных помех разного вида. Решение этих проблем должно было выполняться при условии сохранения высокой точности измерения дальности и разрешающей способности по дальности.

При использовании классической теории радиолокации единственным средством для решения этих проблем являлось повышение мгновенной излучаемой мощности, что становилось чрезвычайно дорогим или технически нереализуемым. Это послужило причиной более глубокого подхода к теории радиолокации. Основной принцип современной теории радиолокации состоит в том, что вместо обязательного излучения в течение коротких интервалов времени синусоидальных сверхвысокочастотных колебаний можно излучать практически любые сигналы, точнее модулированные сигналы (например, с частотной модуляцией по тому или иному закону).

Исходя из этого можно показать, что приемник должен определять корреляцию принимаемого сигнала. Сложность этой операции будет зависеть от характера излучаемого сигнала. (В случае обычной импульсной станции корреляция определяется посредством фильтрации.) В общем случае для этой цели применяется или коррелятор, или, если излучаемый сигнал заранее известен, простой «согласованный» фильтр.

К этому выводу можно прийти путем сравнительно простых рассуждений, основанных на теории вероятностей.

В первой главе книги показано, как это делается.

Во второй главе подвергаются критике некоторые широко распространенные идеи. В ней показано, во-первых, что дальность действия радиолокационной станции зависит только от *величины энергии, излученной в течение времени измерения, а не от величины мощности в импульсе*; во-вторых, *точность измерения дальности зависит не от длительности излучаемого сигнала, а от ширины его спектра*; в третьих, сказанное о точности измерения дальности относится и к разрешающей способности по дальности.

Только на основании этих положений, не согласующихся с классическими идеями, можно спроектировать радиолокационную станцию, сравнительно дешевую и имеющую хорошие характеристики.

Теория позволяет также провести анализ измерения скорости и угловых координат радиолокационной станцией и выявить принципиальные ограничения радиолокации.

Как было сказано ранее, радиолокационная станция представляет собой устройство, посылающее (излучающее) в определенном направлении сигнал $S(t)$, являющийся функцией времени t . Если на пути сигнала (электромагнитного) встречается цель, то сигнал отразится от нее и через некоторое время t_0 после его излучения придет (в ослабленном виде) в точку приема. Когда

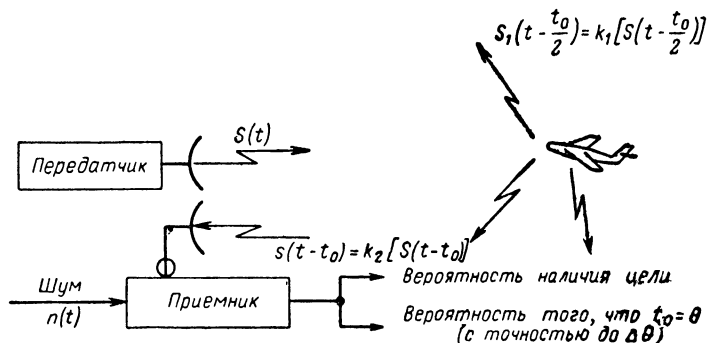


Рис. 1.2.

отраженный сигнал принят радиолокационным приемником, считают, что цель обнаружена, а время t_0 принимается за меру пути, пройденного сигналом от передатчика до цели и от цели до приемника.

Но, к сожалению, отраженный сигнал $S(t - t_0)$ в месте приема неизбежно смешивается со случайным сигналом $n(t)$, который принято называть шумом.

Таким образом, приходится иметь дело с отраженным сигналом $S(t - t_0)$, замаскированным шумом, который обычно бывает достаточно интенсивным (рис. 1.2). Наблюдая принимаемую смесь сигнала и шума, оператор радиолокационной станции должен ответить на следующие вопросы: имеется ли в принятой смеси полезный сигнал $S(t - t_0)$ и если он имеется, какова величина времени t_0 ?

Наличие шума не позволяет получить определенные ответы на эти вопросы. Можно только установить вероятность существования сигнала $S(t - t_0)$ и вероятность того, что t_0 равно определенной величине с точностью, выраженной в процентах (рис. 1.2).

Радиолокационный приемник (а также передатчик) должен, следовательно, обеспечивать (с учетом неизбежных ограничений, связанных со стоимостью, габаритными размерами, надежностью системы и т. д.) наибольшую вероятность правильного решения. Радиолокационный прием можно представить схематически, как показано на рис. 1.3. На вход приемника поступает сиг-

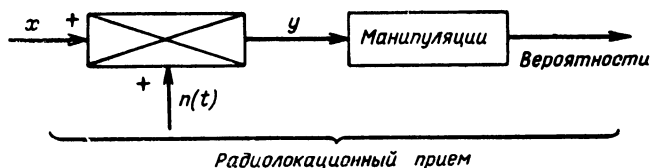


Рис. 1.3.

нал x (равный или $S(t-t_0)$, или нулю) и шум $n(t)$, которые складываются так, что для наблюдения доступна только величина $y=x+n$. После определенного числа манипуляций на выходе приемника получается сигнал, позволяющий определить, есть ли полезный сигнал, его запаздывание и т. п. Для понимания этих манипуляций следует вспомнить некоторые основные положения теории вероятностей.

1.2. АПРИОРНАЯ И АПОСТЕРИОРНАЯ ВЕРОЯТНОСТИ

1.2.1. Представим себе салон игры в бридж, в котором находятся две пары игроков X и Y , готовых начать игру. В это время в салон входит наблюдатель и располагается среди зрителей. Что может он сказать об исходе игры? Очевидно, он может предположить, что вероятность выигрыша для пары X равна $P_1=0,5$. Эту вероятность можно назвать априорной.

Но во время сдачи карт другие зрители сообщили наблюдателю, что пара X является чемпионом мира по игре в бридж, а пара Y состоит просто из порядочных игроков, о которых больше ничего нельзя сказать. Эти новые сведения позволяют теперь наблюдателю предположить, что вероятность выигрыша для пары X равна,

например, $P_2=0,9$. Эта вероятность относительно предыдущей является апостериорной.

После того как карты розданы, оказалось, что пара Y может получить 37 очков (из 40 возможных). Зная это, наблюдатель может сделать вывод, что вероятность выигрыша партии парой X составляет всего $P_3=0,2$ (при условии, если пара Y не объявит шлем).

Вероятность P_3 относительно P_2 является апостериорной, а P_2 по отношению к P_3 — априорной и т. д.

1.2.2. Чтобы перейти от простого случая к более сложному, рассмотрим другую игру.

У Дюпона есть пять игровых кубиков, четыре из которых нормальные, тогда как у пятого на трех сторонах имеются шестерки, а на трех — единицы. Последний кубик поддельный. Игра происходит между Дюпоном и Дюраном на следующих условиях: Дюпон берет наугад один кубик и предлагает Дюрану узнать, нормальный ли этот кубик или поддельный, т. е. определить, справедливо ли равенство $x=A$ (нормальный кубик) или $x=B$ (поддельный кубик).

Априори можно с уверенностью сказать, что вероятность равенства $x=A$ составляет 0,8, т. е.

$$P_1(A)=0,8.$$

Перед тем как дать ответ, Дюран имеет право два раза бросить кубик и посмотреть количество выпавших очков. Пусть в первый раз выпала цифра y_1 (рис. 1.4). Если $y_1=2, 3, 4$ или 5, Дюран, рассуждая логически, должен ответить, что $x=A$, т. е. что вероятность ($x=A$) равна 1 при условии, что $y=2, 3, 4, 5$.

$$\begin{array}{l} \frac{x=A \text{ или } B}{P_1(A)=0,8} \quad \boxed{\text{1-й опыт}} \quad \frac{y_1}{P(A|y_1)=?} \\ P_1(B)=0,2 \end{array}$$

Рис. 1.4.

Иначе это можно записать так: $P_1(A)=1$, если вероятность $P(A|y_1)=1$ (где $y_1=2, 3, 4$ или 5). Вероятность $P(A|y_1)$ является апостериорной относительно $P_1(A)$. Если $y=1$, то какова апостериорная вероятность того, что $x=A$, или чему равна $P_2(A)$? На этот вопрос нетрудно дать ответ.

Вероятность того, что одновременно $x=A$ и $y_1=1$, можно записать

$$P(x=A, y_1=1) =$$

$$= (\text{априорная вероятность того, что } x=A) \times$$

$$\times (\text{вероятность того, что } y_1=1, \text{ если } x=A)$$

или

$$P(x, y_1) = P(x) P(y_1 | x).$$

Выразим это иначе:

$$P(x=A, y_1=1) =$$

$$= (\text{вероятность того, что } y_1=1) \times (\text{вероятность того,}$$

$$\text{что } x=A, \text{ если } y_1=1)$$

или

$$P(x, y_1) = P(y_1) P(x | y_1).$$

Отсюда можно получить, что

$$P(x) P(y_1 | x) = P(y_1) P(x | y_1).$$

Положим $P(y_1) = \frac{1}{k_1}$, тогда

$$P(x | y_1) = k_1 P(x) P(y_1 | x)$$

и

$$\left. \begin{aligned} P_2(A) &= k_1 P_1(A) P(1 | A), \\ P_2(B) &= k_1 P_1(B) P(1 | B) \end{aligned} \right\}$$

при $P_2(A) + P_2(B) = 1$.

Однако, очевидно, что

$$P(1 | A) = \frac{1}{6}$$

(если кубик нормальный, то имеется один шанс из шести, что выпадет единица) и

$$P(1 | B) = \frac{1}{2}$$

(если кубик поддельный, то имеется один шанс из двух, что выпадает единица).

Отсюда следует, что

$$P_2(A) = k_1 \cdot 0,8 \frac{1}{6},$$

$$P_2(B) = k_1 \cdot 0,2 \frac{1}{2};$$

тогда

$$1 = k_1 \left(\frac{0,8}{6} + \frac{0,2}{2} \right),$$

откуда

$$k_1 = \frac{6}{1,4},$$

$$P_2(A) = 0,57,$$

$$P_2(B) = 0,43.$$

Дюрэн бросил кубик второй раз. При этом снова выпала единица, т. е. $y_2 = 1$. Для второго эксперимента $P_2(A)$ становится априорной вероятностью (рис. 1.5).

$$\begin{array}{ccc} \frac{y_1}{P_2(A) = 0,57} & \boxed{2\text{-й опыт}} & \frac{y_2}{P_3(A) = ?} \\ P_2(B) = 0,43 & & \end{array}$$

Рис. 1.5.

Для этого случая можно написать:

$$P_3(A) = k_2 P_2(A) P(1 | A),$$

$$P_3(B) = k_2 P_2(B) P(1 | B)$$

или*

$$P_3(A) = k_2 \cdot 0,57 \cdot \frac{1}{6} = 0,095 k_2 = 0,31,$$

$$P_3(B) = k_2 \cdot 0,43 \cdot \frac{1}{2} = 0,215 k_2 = 0,69.$$

* Коэффициент k_2 определяется из условия

$$P_3(A) + P_3(B) = 1.$$

В рассматриваемом случае это условие принимает вид

$$k_2 \cdot 0,095 + k_2 \cdot 0,215 = 1;$$

решая его относительно k_2 , находим

$$k_2 = \frac{1}{0,31},$$

откуда получаем результат, приведенный в тексте:

$$P_3(A) = k_2 \cdot 0,095 = 0,31,$$

$$P_3(B) = k_2 \cdot 0,215 = 0,69.$$

Во всех последующих примерах этого раздела применяется такой же прием для определения коэффициентов k . (Прим. ред.)

Таким образом после двух опытов можно дать следующий ответ: вероятность того, что кубик нормальный, равна 0,31.

1.3. ВЕРОЯТНОСТЬ НАЛИЧИЯ ИЛИ ОТСУТСТВИЯ СИГНАЛА В ШУМЕ. АПОСТЕРИОРНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ ПОСЛЕ ОДНОГО ОПЫТА

Предположим, что сигнал $S(t)$ может принимать только два значения: $S(t)=0$ или $S(t)=V$, с равной априорной вероятностью

$$P_1(S=0)=P_1(S=V)=0,5.$$

Сигнал $S(t)$ приходит в место приема в сопровождении гауссова шума $n(t)$. В некоторый момент времени измеряют $S(t)+n(t)=y(t)$ и находят определенное значение y_0 . Определим апостериорную вероятность того, что $S=V$ или $P_2(S=V)$.

Допустим, что $S=0$; поскольку шум гауссов, то вероятность того, что $y(t)$ заключается в пределах y и $y+dy$, равна

$$P(y|S=0)dy = ke^{-\frac{y^2}{2N}}dy.$$

В этом выражении N представляет собой среднее значение y^2 , если $S=0$, т. е. среднее значение n^2 .

Если теперь предположить, что $S=V$, то получается

$$P(y|S=V)dy = ke^{-\frac{(y-V)^2}{2N}}dy.$$

Из вычислений, аналогичных проведенным в предыдущем параграфе, получается:

$$\begin{aligned} P_2(V) &= k_1 P_1(V) P(y_0|S=V), \\ P_2(0) &= k_1 P_1(0) P(y_0|S=0) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} P_2(V) &= k_1 \cdot 0,5 e^{-\frac{(y_0-V)^2}{2N}}, \\ P_2(0) &= k_1 \cdot 0,5 e^{-\frac{y_0^2}{2N}}. \end{aligned}$$

Если $y_0 = 0,5V$, то $\dot{P}_2(\dot{V}) = \dot{P}_2(0) = 0,5$.

Если же $y_0 > 0,5V$, то более вероятно, что $S = V$.

Первый пример. $N = 0,1V^2$, $y_0 = V$.

Найдем $P_2(V) = 0,5k_1 = 1 - 0,67 \cdot 10^{-2} *$,

$$P_2(0) = 0,5k_1 \cdot 0,67 \cdot 10^{-2} = 0,67 \cdot 10^{-2}.$$

Таким образом, имеется менее одного шанса из ста, что $x = 0$.

Второй пример. $N = 10V^2$, $y_0 = V$.

Найдем $P_2(V) = 0,5k_1 = 0,515 *$,

$$P_2(0) = 0,5k_1 \cdot 0,95 = 0,485.$$

В данном случае шансы на то, что $x = 0$ и $x = V$, практически одинаковы.

Примечание. Можно сказать, что в первом примере «энергия» сигнала равна V^2 , а шум $0,1V^2$. Отношение сигнал/шум равно 10 (10 дб).

Во втором примере это отношение равно 0,1 (—10 дб)

1.4. ВЕРОЯТНОСТЬ НАЛИЧИЯ ИЛИ ОТСУТСТВИЯ СИГНАЛА В ШУМЕ. АПОСТЕРИОРНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ ПОСЛЕ РЯДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ОПЫТОВ

1.4.1. Предположим, что требуется определить, имеется сигнал или нет при следующих условиях:

— если имеется сигнал ($x = A$) без шума, то приемник последовательно принимает сигналы:

$$S_1(A) = 10, S_2(A) = -10, S_3(A) = 10;$$

— если нет сигнала ($x = B$) и шума, то приемник последовательно принимает сигналы:

$$S_1(B) = 0, S_2(B) = 0, S_3(B) = 0.$$

Но в действительности каждая величина S_1 , S_2 и S_3 сопровождается шумом, имеющим случайные значения n_1 , n_2 и n_3 , являющиеся выборочными значениями гауссова шума, средний квадрат которого равен N . Шум

* См. сноску на стр. 19. (Прим. ред.)

белый, т. е. величины n_1, n_2, n_3 являются независимыми (так же как при игре в кубики, когда вероятность выпадения каждой цифры равна $1/6$, даже если перед этим она выпадала шесть раз подряд).

Пусть $P_0(A)$ и $P_0(B)$ — априорные вероятности того, что $x=A$ и $x=B$. После приема сигнала $y_1=S_1+n_1$ можно написать

$$P_1(A) = k_1 P_0(A) e^{-\frac{[y_1 - S_1(A)]^2}{2N}},$$

$$P_1(B) = k_1 P_0(B) e^{-\frac{[y_1 - S_1(B)]^2}{2N}};$$

подставив значения $S_1(A)$ и $S_1(B)$, получим

$$P_1(A) = k_1 P_0(A) e^{-\frac{(y_1 - 10)^2}{2N}},$$

$$P_1(B) = k_1 P_0(B) e^{-\frac{y_1^2}{2N}}.$$

После приема сигнала $y_2=S_2+n_2$ запишем

$$P_2(A) = k_2 P_1(A) e^{-\frac{(y_2 + 10)^2}{2N}},$$

$$P_2(B) = k_2 P_1(B) e^{-\frac{y_2^2}{2N}}.$$

И, наконец, после приема сигнала $y_3=S_3+n_3$ получим

$$P_3(A) = k_3 P_2(A) e^{-\frac{(y_3 - 10)^2}{2N}},$$

$$P_3(B) = k_3 P_2(B) e^{-\frac{y_3^2}{2N}}.$$

В общем виде запишем

$$P_3(A) = k P_0(A) e^{-\frac{\sum_{i=1}^3 [y_i - S_i(A)]^2}{2N}},$$

$$P_3(B) = k P_0(B) e^{-\frac{\sum_{i=1}^3 y_i^2}{2N}}.$$

Эти выражения можно представить иначе:

$$P_3(A) = k' P_0(A) e^{-\frac{\sum_{i=1}^3 S_i^2(A)}{2N}} e^{\frac{\sum_{i=1}^3 y_i S_i(A)}{N}},$$

$$P_3(B) = k' P_0(B).$$

Если в качестве примера рассмотреть случай ($N = 100$), когда $n_1 = +10$, $n_2 = +7$, $n_3 = -5$ * и $x = A$ (что, конечно, предполагается неизвестным), то

$$y_1 = 20, y_2 = -3, y_3 = +5.$$

В результате вычисления

$$\frac{\sum_{i=1}^3 S_i^2(A)}{2N} = 1,5.$$

Аналогично найдем:

$$\frac{\sum_{i=1}^3 y_i S_i(A)}{N} = \frac{200 + 30 + 50}{100} = 2,8,$$

$$P_3(A) = k' P_0(A) e^{1,3} = k' P_0(A) \cdot 3,7,$$

$$P_3(B) = k' P_0(B).$$

* Среднеквадратичное значение приведенных в тексте выборок шума равно

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 n_i^2 = \frac{1}{2} (100 + 49 + 25) = 87$$

и оказывается отличным от указанного в тексте значения $N = 100$.

Это расхождение объясняется тем, что по определению дисперсия N шума является постоянной и равна пределу, к которому стремится среднее значение квадрата выборок шума при неограниченном возрастании числа выборок:

$$N = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m n_i^2.$$

Однако при ограниченном числе выборок суммы такого вида оказываются случайной величиной и могут принимать любые значения. (Прим. ред.)

Если априори известно, что вероятность наличия или отсутствия сигнала равна 0,5, т. е.

$$P_0(A) = P_0(B) = 0,5,$$

то

$$P_3(A) = 0,79,$$

$$P_3(B) = 0,21.$$

Таким образом, апостериори можно считать, что $x=A$ в четырех случаях из пяти.

1.4.2. Можно отметить существенную разницу между рассмотренным примером и радиолокационной задачей.

Предполагалось, что имеется только одно возможное положение сигнала. В случае же радиолокационного обнаружения заранее неизвестно, где находится объект, т. е. априори неизвестно, с каким запаздыванием приходит сигнал, если он существует.

Предположим, что делаются десять последовательных измерений сигнала (такого же вида, как рассмотренного в начале параграфа), причем в зависимости от расстояния до цели сигнал вследствие различного запаздывания по времени может быть принят в начале, где-то в середине или в конце измерений. Будем считать, что таких различных положений сигнала может быть восемь. Таким образом, при отсутствии шума, возможны следующие результаты приема:

положение 1

$$S_{11}=10, S_{12}=-10; S_{13}=10, S_{14}=0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0;$$

положение 2

$$S_{21}=0, S_{22}=10, S_{23}=-10, 10, 0, 0, 0, 0, 0, 0;$$

положение 3

$$0, 0, 10, -10, 10, 0, 0, 0, 0, 0;$$

.....

положение 7

$$0, 0, 0, 0, 0, 0, 10, -10, 10, 0;$$

положение 8

$$0, 0, 0, 0, 0, 0, 10, -10, 10.$$

1.4.2.1. Предположим, например, что принятый сигнал образован сигналом, на который наложен в положении 2

($x=A, \theta=2$) гауссов шум ($N=100$), имеющий следующие значения величин n_1, n_2, \dots, n_{10} :

1; 0; 15; 5; -1; 1; 4; 2; -17; 3.

Следовательно, принятый сигнал y приобретает значения:

$$y_1=1; y_2=10; y_3=5; 15; -1; 1; 4; 2; -17; \\ y_{10}=3.$$

Какой ответ может дать оператор y приемника, если ему априори неизвестно, что $x=A$ и $\theta=2$, а известны только априорные вероятности:

$P_0(A, \theta)$ — наличия сигнала в положении θ ,

$P_0(B)$ — отсутствия сигнала?

Зная y , можно записать апостериорные вероятности того, что сигнал находится именно в положении θ в виде

$$P_1(A, \theta) = k_1 P_0(A, \theta) e^{-\frac{\sum_{i=1}^{10} S_{\theta i}^2}{2N}} e^{\frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{\theta i}}{N}} \\ P_1(B) = k_1 P_0(B).$$

(Суммирование ограничено по длительности сигнала, так как за ее пределами $S_{\theta}=0$).

Апостериорная вероятность наличия сигнала вообще в каком-либо положении при известном y равна

$$P_1(A) = k_1 \sum_{\theta=1}^8 P_0(A, \theta) e^{-\frac{\sum_{i=1}^{10} S_{\theta i}^2}{2N}} e^{\frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{\theta i}}{N}}.$$

Запишем следующие результаты вычисления:

$$-\frac{\sum_{i=1}^{10} S_{\theta i}^2}{2N} = -1,5 \quad (\text{независимо от } \theta);$$

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{1i}}{N} &= -0,4; & \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{2i}}{N} &= 2,0; & \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{3i}}{N} &= -1,1; \\ \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{4i}}{N} &= 1,7; & \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{5i}}{N} &= 0,2; & \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{6i}}{N} &= -0,1; \\ \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{7i}}{N} &= -1,5; & \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{8i}}{N} &= 2,2. \end{aligned}$$

Соответствующие экспоненты равны

$$\begin{aligned} &0,22; \\ &0,67; \quad 7,39; \quad 0,33; \\ &5,46; \quad 1,22; \quad 0,91; \\ &0,22; \quad 9,1. \end{aligned}$$

Если еще принять, что

$$\begin{aligned} P(A, \theta) &= \frac{0,5}{8} \quad (\text{независимо от } \theta), \\ P(B) &= 0,5, \end{aligned}$$

то можно найти

$$\begin{aligned} P_1(A) &= k_1 \frac{0,5}{8} 0,22 (0,67 + 7,39 + \dots + 9,1) = \\ &= k_1 \frac{0,5}{8} 0,22 \cdot 25,3 = 0,34 k_1 = 0,4, \\ P_2(B) &= 0,5 k_1 = 0,6. \end{aligned}$$

Таким образом, если известны только значения принятого сигнала y , форма переданного сигнала, величина N , априорные вероятности наличия сигнала, то:

- вероятность отсутствия сигнала вообще равна 0,6;
- вероятность наличия сигнала равна:

$$\text{в положении 1} \quad \frac{0,4 \cdot 0,67}{25,3} = 0,011;$$

$$\text{в положении 2} \quad \frac{0,4 \cdot 7,39}{25,3} = 0,116;$$

$$\text{в положении 3} \quad \frac{0,4 \cdot 0,33}{25,3} = 0,005;$$

$$\text{в положении 4} \quad \frac{0,4 \cdot 5,46}{25,3} = 0,086;$$

$$\text{в положении 5} \quad \frac{0,4 \cdot 1,22}{25,3} = 0,019;$$

$$\text{в положении 6} \quad \frac{0,4 \cdot 0,91}{25,3} = 0,014;$$

$$\text{в положении 7} \quad \frac{0,4 \cdot 0,22}{25,3} = 0,004;$$

$$\text{в положении 8} \quad \frac{0,4 \cdot 9,1}{25,3} = 0,142.$$

Примечание. Если априори известно, что сигнал присутствует и восемь положений также априори равновероятны, то на основании приведенных результатов приема сигнала можно вычислить, что:

— вероятность наличия сигнала в положении 2 равна 0,29;

— вероятность наличия сигнала в положении 8 равна 0,36*.

1.4.2.2. Предположим теперь, что опыт проводится с сигналом, на который накладывается более слабый шум ($N=25$ вместо 100), выборочные значения которого уменьшены в 2 раза. Принимаемый сигнал (сигнал в положении 2 плюс шум) имеет следующие значения:

0,5; 10; —2,5; 12,5; —0,5; 0,5; 2; 1; —8,5; 1,5.

* Для того чтобы получить результат, указанный в примечании, надо в предыдущих вычислениях заменить полученное значение вероятности $P(A)=0,4$ на $P_1(A)=1$. Отсюда вероятность наличия сигнала в положении 2 равна

$$\frac{1 \cdot 7,39}{25,3} = 0,29$$

и в положении 8 равна

$$\frac{1 \cdot 9,1}{25,3} = 0,36. \text{ (Прим. ред.)}$$

Находим:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\sum_{i=1}^{10} S_{0i}^2}{2N} = -6,0; \\
 & \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{1i}}{N} = -3,0; \quad \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{2i}}{N} = 10,0; \quad \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{3i}}{N} = -6,2; \\
 & \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{4i}}{N} = 5,4; \quad \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{5i}}{N} = 0,4; \quad \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{6i}}{N} = -0,2; \\
 & \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{7i}}{N} = -3,0; \quad \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{8i}}{N} = 4,4.
 \end{aligned}$$

Соответствующие экспоненты равны:

$$\begin{array}{lll}
 0,0025; & & \\
 0,05; & 22000; & 0,002; \\
 222,0 & 1,49; & 0,82; \\
 0,05; & 81,9 &
 \end{array}$$

Далее

$$P_1(A) = k_1 \frac{0,5}{8} 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 22\,332 = 0,5 k_1 = 0,87,$$

$$P_1(B) = k_1 \cdot 0,5 = 0,13.$$

Откуда:

— вероятность отсутствия сигнала равна 0,13;					
— вероятность наличия сигнала в положении 1 равна $2 \cdot 10^{-6}$;					
—	"	"	"	2	" 0,86;
—	"	"	"	3	" $8 \cdot 10^{-8}$;
—	"	"	"	4	" 0,009;
—	"	"	"	5	" $6 \cdot 10^{-5}$;
—	"	"	"	6	" $3 \cdot 10^{-5}$;
—	"	"	"	7	" $2 \cdot 10^{-6}$;
—	"	"	"	8	" 0,003.

1.4.2.3. Предположим, наконец, что опыт проводится при еще более слабом шуме ($N=6,2$), чем указано в 1.4.2.2. и соответствующие дискретные значения шума

уменьшены еще в 2 раза. Принимаемый сигнал (сигнал в положении 2 плюс шум) имеет теперь значения:

0,2; 10; -6,2; 11,2; -0,2; 0,2; 1; 0,5; -4,2; 0,8.

Для этого случая получим:

$$\frac{\sum_{i=1}^{10} S_{\theta i}^2}{2N} = -24,0;$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{1i}}{N} = -22,9; \quad \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{2i}}{N} = 44,2; \quad \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{3i}}{N} = -26,8;$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{4i}}{N} = 18,7; \quad \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{5i}}{N} = 0,97; \quad \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{6i}}{N} = -0,48;$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{7i}}{N} = -6,0; \quad \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i S_{8i}}{N} = 9,0.$$

Соответствующие экспоненты равны:

$$\begin{aligned} &3,7 \cdot 10^{-11}; \\ &1,1 \cdot 10^{-11}; \quad 1,54 \cdot 10^{-10}; \quad 2,2 \cdot 10^{-12}; \\ &1,36 \cdot 10^8; \quad 2,64; \quad 619 \cdot 10^{-3}; \\ &2,5 \cdot 10^{-3}; \quad 8,1 \cdot 10^3. \end{aligned}$$

Далее

$$P_1(A) = k_1 \frac{0,5}{8} 3,7 \cdot 10^{-11} \cdot 1,54 \cdot 10^{10} = 1 - 1,5 \cdot 10^{-3},$$

$$P_1(B) = k_1 \cdot 0,5 = 1,5 \cdot 10^{-3}.$$

Таким образом, вероятность отсутствия сигнала в положении 2 или наличия сигнала в другом положении, отличном от 2-го, порядка 10^{-3} .

1.4.2.4. На рис. 1.6 слева представлен сигнал в функции времени t , а справа — вероятность наличия сигнала в функции положения θ для трех рассмотренных случаев одного и того же опыта при последовательном возвра-

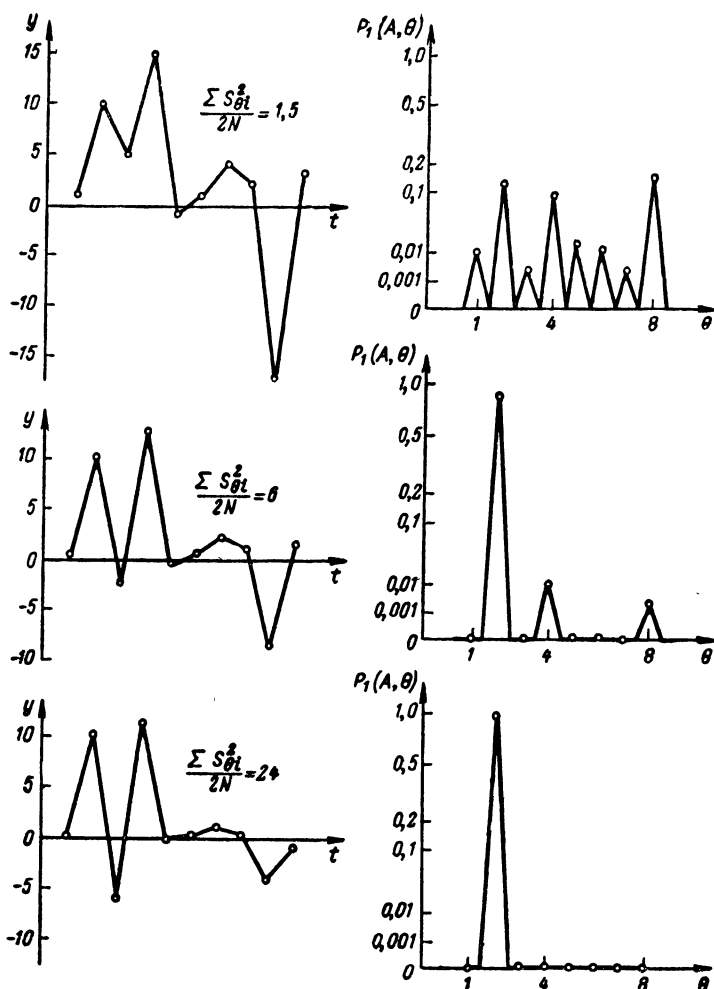


Рис. 1.6.

стании отношения сигнал/шум (характеризуемого величиной $\Sigma S_{\theta i}^2 / 2N$) на 6 дб.

Из этого рисунка следует, что

— для самого малого отношения сигнал/шум все положения сигнала равновероятны, а наиболее вероятное положение не соответствует истинному;

— при возрастании отношения сигнал/шум в 4 раза (на 6 дБ) выделяются три вероятных положения, причем наиболее вероятное из них является истинным;

— при последующем возрастании отношения сигнал/шум на 6 дБ практически выделяется только одно вероятное положение сигнала, которое является истинным.

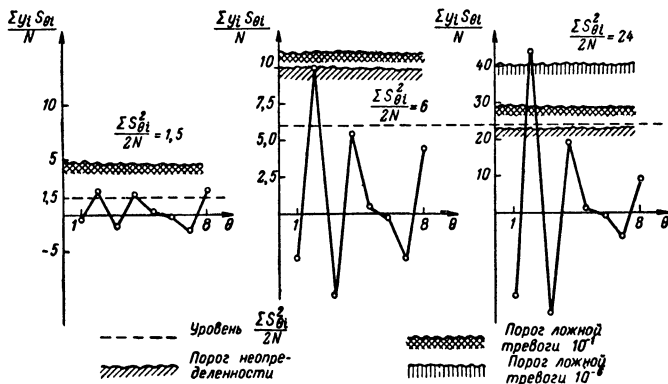


Рис. 1.7.

1.4.2.5. Прежде чем продолжить исследование радиолокационной задачи, полезно уяснить все особенности математического анализа, которые ранее были использованы.

Знание y было нужно только для вычисления выражений

$$\frac{\sum y S_1}{N} \dots \frac{\sum y S_{\theta}}{N}.$$

Для вычисления $P_1(A, \theta)$, являющегося конечной операцией, кроме указанных выражений использовались только априорные вероятности, энергия полезного сигнала и энергия мешающего сигнала.

Информация, получаемая при приеме величин y (позволяющая перейти от априорных вероятностей к апостериорным), определялась в конечном итоге только по кривой

$$\sum_{i=1}^{10} y_i S_{\theta i} / N \text{ в функции от } \theta \text{ и по величине } \sum_{i=1}^{10} S_{\theta i}^2 / 2N,$$

характеризующей отношение сигнал/шум (рис. 1.7).

В рамках рассмотренного примера попытаемся уточнить полученные результаты, введя некоторые числовые характеристики приема сигнала.

Для того чтобы то или иное положение сигнала было значительно более вероятным, чем другие (например, в 100 раз), что позволяет избежать неопределенности, требуется выполнить условие

$$e^{\frac{\sum_k y_k S_{ik}}{N}} > 100 e^{\frac{\sum_k y_k S_{jk}}{N}}.$$

(j имеет любое значение, отличное от i) или

$$\frac{\sum_k y_k S_{ik}}{N} > 4,6 + \frac{\sum_k y_k S_{jk}}{N} \quad (1.1)$$

Этим неравенством определяется «порог неопределенности».

Потребовать для данного случая, что вероятность наличия сигнала в положении i равна по крайней мере 90%, практически означает, что

$$\frac{e^{\frac{\sum_k y_k S_{ik}}{N}} - \frac{\sum_k S_{\theta k}^2}{2N}}{8} > 10$$

или

$$\frac{\sum_k y_k S_{ik}}{N} > \frac{\sum_k S_{\theta k}^2}{2N} + 4,4. \quad (1.2)$$

Если это неравенство соблюдается, то вероятность неверного заключения о наличии сигнала в положении i меньше 0,1. Тогда можно сказать, что:

- вероятность ложной тревоги меньше 10%;
- неравенство (1.2) определяет порог ложной тревоги, равный 10%!

Аналогично, неравенством

$$\frac{\sum_k y_k S_{ik}}{N} > \frac{\sum_k S_{\theta k}^2}{2N} + 15,9 \quad (1.3)$$

определяется порог ложной тревоги, равный 10^{-6} .

1.4.2.6. Попутно заметим, что если нужно найти

максимум $\frac{\sum_k y_k S_{i,k}}{N}$, т. е. определить корреляцию между y и каждым значением $S_{i,k}$, то математически это равно-

ценно определению минимума $\frac{\sum_k (y_k - S_{i,k})^2}{2N}$, т. е. нахождению наиболее вероятной величины $S_{i,k}$ по методу наименьших квадратов.

ДАЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ, ТОЧНОСТЬ И РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИИ

2.1. ВЕРОЯТНОСТЬ НАЛИЧИЯ ИЛИ ОТСУТСТВИЯ НЕПРЕРЫВНОГО СИГНАЛА В НЕПРЕРЫВНОМ ШУМЕ

2.1.1. В предыдущей главе были выведены формулы для вычисления апостериорных вероятностей существования сигнала при следующих ограничениях:

— когда сигнал принимается через равные интервалы времени, а величина шума в каждый из последующих моментов не зависит от величины его в предшествовавший момент;

— когда сигнал может занимать только конечное число положений.

Практически радиолокационная задача более сложна: нужно определить, имеется ли сигнал вида $S(t-t_0)$ в сопровождающем его шуме $n(t)$. При этом $S(t)$ известен и представляет собой непрерывный сигнал, $n(t)$ известен только по статистическим характеристикам и также является непрерывным, t_0 может принимать все значения (в заданном интервале).

Используя классический метод, попытаемся заменить непрерывные функции $S(t)$ и $n(t)$ совокупностями их дискретных значений или выборок, которые можно рассматривать как последовательные и независимые события. Применим для этой цели теорему, известную во Франции как теорема Габора или Шеннона (хотя над этим вопросом работал и Хартли) *.

2.1.2. Прежде чем перейти к этой теореме, полезно вспомнить некоторые известные положения.

* В советской литературе эта теорема известна, как теорема Котельникова. (Прим. ред.)

Пусть функция $F_1(t)$ равна нулю при $t < -\frac{T}{2}$ и $t > \frac{T}{2}$. В этом случае преобразование Фурье $\Phi_1(f)$ функции $F_1(t)$ связано с ней соотношением

$$\Phi_1(f) = \int_{-T/2}^{+T/2} F_1(t) e^{-2\pi j f t} dt \quad (2.1)$$

или иначе

$$R[\Phi_1(f)] = \int_{-T/2}^{+T/2} F_1(t) \cos 2\pi f t dt,$$

$$J[\Phi_1(f)] = - \int_{-T/2}^{+T/2} F_1(t) \sin 2\pi f t dt.$$

Рассмотрим теперь периодическую функцию с периодом T , которая в интервале $-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$ совпадает с $F_1(t)$. Пусть такой функцией будет $f_1(t)$. Поскольку она периодическая, можно написать

$$f_1(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n e^{2\pi j \frac{nt}{T}},$$

где n — целое число;

A_n — число, сопряженное с A_{-n} . A_n можно представить в виде

$$A_n = \alpha_n + j\beta_n.$$

Известно, что

$$\alpha_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F_1(t) \cos 2\pi \frac{nt}{T} dt = \frac{1}{T} R \left[\Phi_1 \left(\frac{n}{T} \right) \right],$$

$$\beta_n = - \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F_1(t) \sin 2\pi \frac{nt}{T} dt = \frac{1}{T} J \left[\Phi_1 \left(\frac{n}{T} \right) \right],$$

т. е.

$$A_n = \frac{\Phi_1 \left(\frac{n}{T} \right)}{T}. \quad (2.2)$$

С точностью до постоянного коэффициента амплитуда линии спектра периодической функции $f_1(t)$ равна значению огибающей спектра $F_1(t)$ при той же частоте. Это схематически представлено на рис. 2.1. (Следует помнить, что если A_n выражается, например, в вольтах, то $\Phi_1(f)$ должна быть выражена в вольт-секундах.)

Таким образом, зная спектр функции $F_1(t)$, можно найти спектр $f_1(t)$.

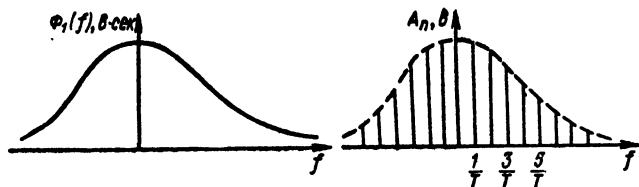


Рис. 2.1.

Первая теорема, которую мы хотим доказать, утверждает, что если известен спектр периодической функции $f_1(t)$, т. е. определенное число значений $\Phi_1(f)$, то существует только единственно возможный способ интерполяции функции между этими значениями.

2.1.3. Пусть $f(t)$ — произвольная периодическая функция с периодом T . Она полностью определяется разложением в ряд Фурье

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n e^{2\pi j \frac{nt}{T}}. \quad (2.3)$$

Здесь A_n — комплексные коэффициенты, сопряженные с A_{-n} , а в остальном произвольные и независимые.

Предположим далее, что спектр функции $f(t)$ содержит только частоты, заключающиеся между $-W$ и $+W$ (что не всегда является ограничением, так как W может быть как угодно большим).

В этом случае число значений A_n конечно и равно $2W/1/T = 2WT$. Коэффициенты A_n и A_{-n} определяют только два параметра (например, амплитуду и фазу), следовательно, $f(t)$ зависит только от $2WT$ независимых параметров.

Иначе говоря, $f(t)$ равна сумме WT синусоид, определяемых их амплитудами и фазами, или $2WT$ «мнимых» синусоид.

Пусть имеется другая (непериодическая) функция $g(t)$. Ее можно записать в виде

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} B(f) e^{2\pi j f t} df. \quad (2.4)$$

Функция $B(f)$ является преобразованием Фурье функции $g(t)$ [функция $B(f)$ сопряжена с функцией $B(-f)$]. Можно считать, что $g(t)$ представляет собой бесконечную непрерывную сумму «мнимых» синусоид. Поэтому произведение $f(t)g(t) = F(t)$ можно рассматривать как сумму $2WT$ составляющих синусоид функции $f(t)$, каждая из которых умножена на совокупность составляющих синусоид функции $g(t)$. Следовательно,

$$f(t)g(t) = \sum_n A_n \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi j \frac{nt}{T}} B(f) e^{2\pi j f t} df$$

или

$$f(t)g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n A_n B(f) e^{2\pi j t \left(\frac{n}{T} + f \right)} df. \quad (2.5)$$

Из этого выражения без труда определяется спектр $F(t)$. Действительно, комплексная амплитуда спектра $\Phi(f_1)$ на частоте f_1 равна

$$\Phi(f_1) = \sum_n A_n B\left(f_1 - \frac{n}{T}\right). \quad (2.6)$$

Таким образом, если $B(f)$ известна как функция от f , то для полного определения $\Phi(f)$ достаточно знать только $2WT$ значений A_n , не равных нулю.

Предположим теперь, что функция $g(t)$ определяется как

$$g(t) = 1 \quad \text{при} \quad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

$$g(t) = 0 \quad \text{при} \quad t < -\frac{T}{2} \quad \text{и} \quad t > \frac{T}{2}.$$

Тогда произведение $f(t) \cdot g(t) = F(t)$ равно

$$\begin{aligned} f(t) & \text{ при } -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}, \\ 0 & \text{ при } t < -\frac{T}{2} \text{ и } t > \frac{T}{2}. \end{aligned}$$

Преобразование Фурье функции $g(t)$, как известно, равно

$$B(f) = \frac{\sin \pi f T}{\pi f}.$$

Эта функция обладает очень интересными для нас свойствами, так как будучи равной

$$\left. \begin{aligned} 0 & \text{ при } f = \frac{n}{T}, \text{ если } n \neq 0, \\ T & \text{ при } f = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.6a)$$

позволяет непосредственно сделать вывод из выражений (2.6) и (2.6a), что $\Phi\left(\frac{n}{T}\right) = A_n T$. Эта формула идентична формуле (2.2), что совершенно естественно. По известным значениям $\Phi\left(\frac{n}{T}\right)$ определяем все A_n и посредством формулы (2.6) находим функцию $\Phi(f)$, являющуюся преобразованием Фурье функции $F(t)$.

Следовательно, если функция $F(t)$ равна нулю везде, кроме временного интервала T , то спектр функции $\Phi(f)$ полностью определяется ее значениями на частотах, кратных $1/T$.

2.1.4. Теперь вспомним очень интересное свойство преобразования Фурье: если $\Phi(f)$ является преобразованием Фурье функции $F(t)$, то $F(-f)$ есть преобразование Фурье функции $\Phi(t)$.

Следовательно, $\Phi(t)$ можно рассматривать как функцию времени, спектр которой $F(-f)$ равен нулю вне интервала $f = -\frac{T}{2}$ и $f = +\frac{T}{2}$. Таким образом, функция $\Phi(t)$ полностью определяется ее мгновенными дискретными значениями, взятыми через интервалы $1/T$.

На основании сказанного можно сформулировать следующую очень важную теорему:

Если дана произвольная функция $F(t)$, спектр которой равен нулю за пределами частотного интервала от $-\frac{\Delta f}{2}$ до $+\frac{\Delta f}{2}$, то эта функция полностью определяется значениями $F(t)$ в моменты времени, отстоящие один от другого на интервал $\frac{1}{\Delta f}$.

Кроме того, если функция $F(t)$ равна нулю вне интервала от $-\frac{T}{2}$ до $+\frac{T}{2}$, то она полностью определяется

$T\Delta f$ ее значениями в последовательные моменты времени, разделенные интервалами $1/\Delta f$. Но так как $F(t)$ зависит только от $T\Delta f$ независимых параметров, то можно с уверенностью считать, что эти дискретные значения $F(t)$ являются независимыми.

Если сигнал $F(t)$ при преобразовании переходит в область более высоких частот так, что его спектр оказывается заключенным между частотами $f_0 - \frac{\Delta f}{2}$ и $f_0 + \frac{\Delta f}{2}$, то результат остается тем же. В более общем случае можно считать:

Если сигнал $F(t)$ равен нулю за пределами временного интервала T и занимает полосу частот Δf , то он полностью определяется значениями в последовательные моменты времени, разделенные интервалами $1/\Delta f$, и эти дискретные значения (выборки) являются независимыми.*

2.1.5. Теперь возвратимся к предшествующей задаче.

Пусть имеется сигнал $S(t)$ длительностью T , занимающий полосу частот шириной Δf . Пусть также шум $n(t)$, сопровождающий приходящий сигнал $S(t-t_0)$, является гауссовым и занимает такую же полосу частот Δf , а его средняя мощность равна N и распределена равномерно в этой полосе частот.

Обозначим через $p(t_0)$ априорную вероятность наличия сигнала $S(t-t_0)$, т. е. сигнала в момент t_0 . (Фактически речь идет о плотности вероятности.) В действи-

* Очевидно, нужно также знать частоту f_0 .

тельности измеряется $y(t)$, представляющий собой сумму $n(t)$ и приходящего сигнала $S(t-t_0)$.

Каково *апостериорное* распределение вероятности $p(t_0|y)$ при известном $y(t)$?

Известно, что если определить дискретные значения $y(t)$ в последовательные моменты времени, разделенные интервалами $1/\Delta f$, то можно получить максимум независимых результатов измерений.

Пусть t_1, t_2, \dots, t_n будут $T\Delta f$ моментов времени, в которые производятся выборки, а y_1, y_2, \dots, y_n — соответствующие дискретные значения y . Можно написать, как и в § 1.4.1:

$$p(t_0|y) = k_1 p(t_0) e^{-\frac{\sum_{i=1}^n [y_i - S(t_i - t_0)]^2}{2N}},$$

$$p(t_0|y) = k_2 p(t_0) e^{-\frac{\sum_{i=1}^n S(t_i - t_0)^2}{2N}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n [y_i S(t_i - t_0)]}{N}},$$

$$p(t_0|y) = k_2 p(t_0) e^{-\frac{\sum_{i=1}^n S(t_i - t_0)^2 \frac{1}{\Delta f}}{2N/\Delta f}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n y_i S(t_i - t_0) \frac{1}{\Delta f}}{N/\Delta f}}.$$

Так как $1/\Delta f$ равно интервалу между двумя соседними значениями t_i , то это выражение эквивалентно:

$$p(t_0|y) = k_2 p(t_0) e^{-\frac{1}{2b} \int_T S(t-t_0)^2 dt} e^{-\frac{1}{b} \int_T y S(t-t_0) dt}, \quad (2.7)$$

где $b = N/\Delta f$ представляет собой спектральную плотность шума (плотность мощности шума на единицу полосы пропускания, т. е. на 1 гц).

Примечание. Принятое значение y входит только в выражение $\int_T y S(t-t_0) dt$. Отсюда следует, что числительное устройство (приемник), которое выполняет

вычисление среднего произведения принимаемого сигнала на предполагаемый сигнал за время длительности принимаемого сигнала, полностью обеспечивает выделение всей информации из $y(t)$.

2.2. НЕОДНОЗНАЧНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ. ВЕРОЯТНОСТЬ ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ И ВЕРОЯТНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ЦЕЛИ

2.2.1. Неоднозначность обнаружения. Вычисления, проведенные в предыдущем разделе, не отличаются, по существу, от вычислений, проведенных в § 1.4.2.

Предположим теперь, что сигнал $S(t-t_0)$ существует в некотором «месте» t_{01} и что его спектр представляет собой «видеоспектр», симметричный относительно нулевой частоты.

Если шум интенсивный, то, вообще говоря, распределение апостериорной вероятности $p(t_0|y)$, обладает большим количеством пиков равной величины. (Положение сигнала неизвестно.) При уменьшении мощности шума число пиков также уменьшается. Однако и в этом случае можно ошибочно определить положение t_0 сигнала. Наконец, если шум становится очень слабым, распределение вероятности $p(t_0|y)$ практически будет иметь только один пик в момент t_{01} (рис. 2.2 и рис. 1.6).

Если ограничиться сравнением $p(t_0|y)$ для различных значений t_0 (сравниваются вероятности наличия сигнала в том или ином положении), то можно сомножитель из выражения (2.7)

$$e^{-\frac{1}{2b} \int_T S(t-t_0)^2 dt}$$

объединить с коэффициентом k_2 и написать

$$p(t_0|y) = kp(t_0) e^{\frac{1}{b} \int_T yS(t-t_0) dt} \quad (2.8)$$

или

$$p(t_0|y) = kp(t_0) e^{C(t_0)}, \quad (2.9)$$

где

$$C(t_0) = \frac{1}{b} \int_T y S(t - t_0) dt.$$

Если сигнал существует в положении t_{01} , то

$$\begin{aligned} y &= S(t - t_{01}) + n(t), \\ C(t_0) &= C_u(t_0) + C_p(t_0), \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} C_u(t_0) &= \frac{1}{b} \int_T S(t - t_0) S(t - t_{01}) dt, \\ C_p(t_0) &= \frac{1}{b} \int_T S(t - t_0) n(t) dt. \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

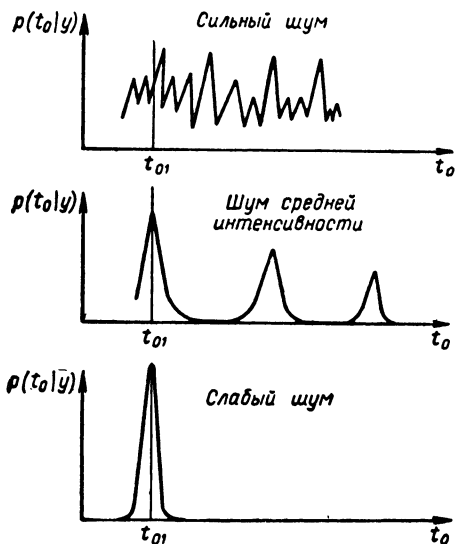


Рис. 2.2.

Максимумы $p(t_0|y)$ соответствуют максимумам $C(t_0)$, если $p(t_0)$ не меняется существенно с изменением t_0 , что обычно имеет место на практике.

Однако:

— $C_u(t_0)$ представляет собой с точностью до коэффициента bT функцию автокорреляции полезного сигнала

ла $S(t-t_0)$, которая имеет максимум при $t_0=t_{01}$. Этот максимум равен

$$\frac{1}{b} \int_{\bar{T}} S^2(t) dt = \frac{E}{b} = R,$$

где E — величина, характеризующая энергию сигнала за время его длительности T . Этот максимум «практически» единственный, так как предполагается, что $S(t)$ имеет видеоспектр (см. § 2.3);

— $C_p(t_0)$ — среднее значение за время T с точностью до коэффициента bT произведения двух независимых функций, одна из которых гауссова, а другая детерминирована. Это также случайная гауссова функция со средним значением, равным нулю, и характеризующаяся дисперсией

$$\overline{C_p^2(t_0)} = \frac{1}{(b\Delta f)^2} \overline{n^2(t_i)} \sum S^2(t_i - t_0)$$

(здесь t_i — последовательные моменты времени, отстоящие один от другого на $1/\Delta f$) или

$$\overline{C_p^2(t_0)} = \frac{1}{b\Delta f} \frac{\int_{\bar{T}} S^2(t) dt}{1/\Delta f} = \frac{E}{b} = R^*.$$

* Для того, чтобы получить приведенные выражения для $\overline{C_p^2(t_0)}$, автор в формуле (2.10) сначала заменяет интеграл на сумму:

$$C_p(t_0) = \frac{1}{b} \int_{\bar{T}} S(t - t_0) n(t) dt \approx \frac{1}{b\Delta f} \sum_i S(t_i - t_0) n(t).$$

Возводя в квадрат обе части равенства и замечая, что среднее значение

$$\left. \overline{n(t_i) n(t_k)} \right\} = 0 \text{ при } i \neq k, \\ = N = b\Delta f \text{ при } i = k,$$

получает

$$\overline{C_p^2(t_0)} = \frac{1}{b\Delta f} \sum_i S^2(t_i - t_0).$$

Затем автор переходит опять к интегральному выражению и приходит к формуле, указанной в тексте. (Прим. ред.)

Стандартное отклонение величины $\hat{C}_p(t_0)$ (представляющее собой величину, которую $C_p(t_0)$ не превышает по абсолютному значению более 3 раз из 10) равно \sqrt{R} . Следовательно, $C(t_0)$ является суммой функции, имеющей один максимум R при $t_0 = t_{01}$ и случайной функции, „часто“ достигающей значения \sqrt{R} .

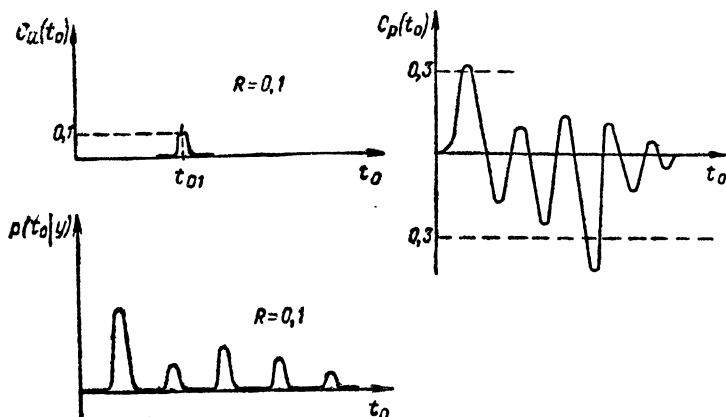


Рис. 2.3.

Если $R \ll 1$, то $C(t_0)$ имеет много максимумов и значение t_{01} не соответствует какому-нибудь конкретному максимуму, и $p(t_0|y)$ также имеет много максимумов (рис. 2.3). Если $R \gg 1$, то $C(t_0)$ имеет почти наверняка только один явно выраженный максимум при t_{01} (рис. 2.4).

2.2.2. Вероятность ложной тревоги и соответствующая вероятность обнаружения цели. Из рис. 2.3 и 2.4 видно, что если имеется цель, то при $R \ll 1$ возможно ошибиться в определении момента прихода сигнала, приняв шумовой выброс за цель. И наоборот, имеется большая вероятность правильного обнаружения, если $R \gg 1$ (т. е. вероятность не сделать ошибочного заключения о положении сигнала t_{01}).

«Порог обнаружения» принято определять следующим образом.

Вычисляют некоторый уровень, вероятность превышения которого $C_p(t_0)$ при отсутствии полезного сигнала (при t_0 , сильно отличающемся от t_{01}) очень мала. Когда

$\hat{C}(t_0)$ ниже этого уровня, отсчет t_0 не учитывается. Если же $C(t_0)$ превышает этот уровень, то говорят о наличии цели в момент t_0 . Вероятность превышения $C_p(t_0)$ этого уровня обнаружения при отсутствии полезного сигнала называется *вероятностью ложной тревоги*, т. е. вероятностью сделать заключение о наличии цели в t_0 , когда ее в действительности нет.

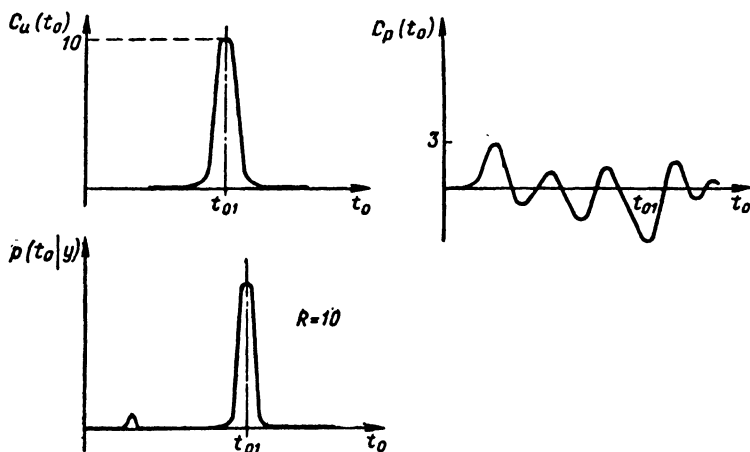


Рис. 2.4.

Если выбрать вероятность ложной тревоги P_f равной 10^{-3} , то будут учитываться только значения $C(t_0)$, превышающие величину $3\sqrt{\frac{E}{b}}$.

Примечание редактора. Действительно, согласно сказанному ранее, $C_p(t_0)$ является гауссовой случайной величиной со средним значением равным нулю и дисперсией равной R .

Следовательно, вероятность превышения $C_p(t_0)$ некоторого порога K будет равна:

$$P(C_p > K) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \int_K^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2R}} dx.$$

Полагая под знаком интеграла $\frac{x}{\sqrt{2R}} = u$, получим

$$P(C_p > K) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{K/\sqrt{2R}}^{\infty} e^{-u^2} du = \frac{A}{2} \left[1 - \theta \left(\frac{K}{\sqrt{2R}} \right) \right],$$

где $\theta(x)$ — интеграл ошибки, равный (см. стр. 75)

$$\theta(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du.$$

Полагая по условию $P(C_p > K) = 0,001$, находим

$$\theta\left(\frac{K}{\sqrt{2R}}\right) = 0,998,$$

откуда, согласно таблице интеграла ошибок, получаем

$$\frac{K}{\sqrt{2R}} = 2,15 \quad \text{или} \quad K \approx 3\sqrt{R}.$$

Для этого случая интересно вычислить вероятность превышения порогового уровня $C(t_0)$ при наличии цели в положении t_{01} или *вероятность обнаружения цели* как функции от R . В данном случае это вероятность того, что $\frac{E}{b} + C_p(t_0)$ превзойдет величину $3\sqrt{\frac{E}{b}} = 3\sqrt{R}$. Легко найти (по таблице интеграла ошибки θ , см. приложение к данной главе), что в случае вероятности ложной тревоги $P_f = 10^{-3}$;

— при $R=0,1$ (—10 дб) вероятность обнаружения P_d практически равна 10^{-3} [«сигнал $C_u(t_0) = 0,1$ настолько слаб по сравнению с шумом $C_p(t_0)$, что он не имеет никакого «веса», и независимо от того, есть полезный сигнал или нет, практически имеется одна и та же вероятность превышения уровня обнаружения величиной $C(t_0)$];

— при $R=1$ (0 дб) вероятность обнаружения очень мала и равна 0,02;

— при $R=4$ (6 дб) вероятность обнаружения равна 0,15;

— при $R=9$ (9,5 дб) вероятность обнаружения равна 0,5 [это вероятность того, что $3 + C_p(t_0)$ превысит $3\sqrt{9}=9$];

— при $R=16$ (12 дб) вероятность обнаружения равна 0,85;

— при $R=25$ (14 дб) вероятность обнаружения равна 0,98;

— при $R=36$ (15,5 дб) вероятность обнаружения равна 0,999.

Вероятность обнаружения можно записать так:
при $P_f = 10^{-3}$

$$P_d = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \int_{3\sqrt{R}-R}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2R}} du^*,$$

при $P_f = 10^{-2}$ порог обнаружения равен $2,35\sqrt{R}$ и

$$P_d = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \int_{2,35\sqrt{R}-R}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2R}} du.$$

В общем случае, когда

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_K^{\infty} e^{-\frac{v^2}{2}} dv,$$

вероятность обнаружения примет вид

$$P_d = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{K-\sqrt{R}}^{+\infty} e^{-\frac{v^2}{2}} dv. \quad (2.11)$$

Как видно, возможное наличие пиков неоднозначности заставляет принимать следующие меры предосторожности — производить обнаружение цели только при достаточно большой величине R (порядка 13 дб, если желательно иметь вероятность 0,9; см. рис. 2.5.1—2.5.4).

* $C(t_{01}) = R + C_p(t_{01})$ является гауссовой случайной величиной со средним значением, равным R , и дисперсией R . Таким образом, вероятность превышения $C(t_{01})$ порога $3\sqrt{R}$ будет равна

$$P_d[C(t_{01}) > 3\sqrt{R}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \int_{3\sqrt{R}}^{\infty} e^{-\frac{(x-R)^2}{2R}} dx.$$

Произведя под знаком интеграла замену переменной $x - R = u$, получим приведенную в тексте формулу

$$P_d[C(t_{01}) > 3\sqrt{R}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \int_{3\sqrt{R}-R}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2R}} du.$$

(Прим. ред.)

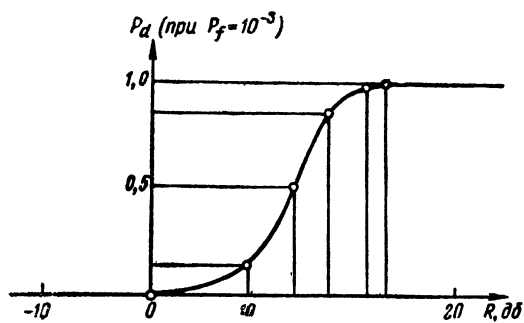


Рис. 2.5.1.

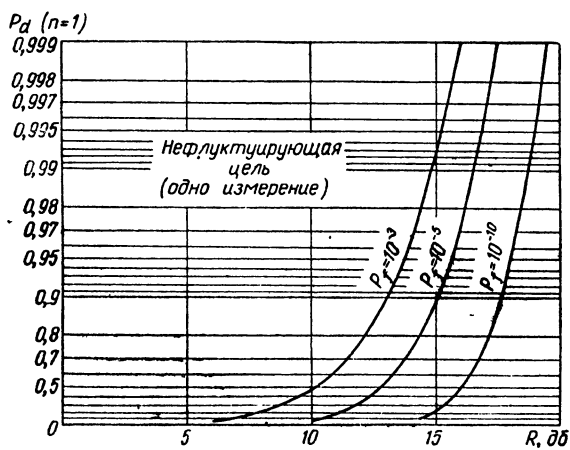


Рис. 2.5.2.

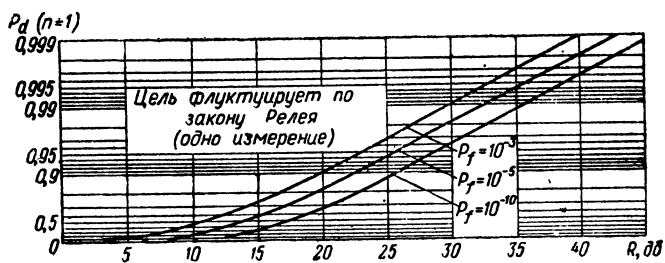


Рис. 2.5.3.

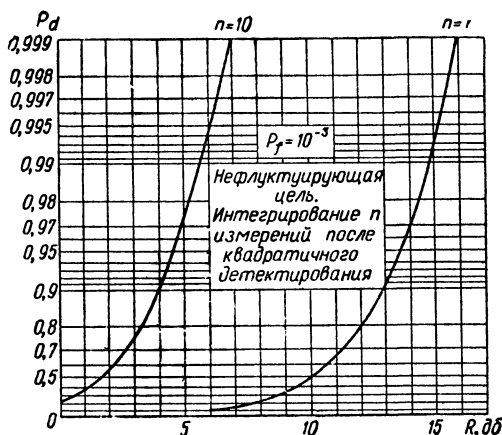


Рис. 2.5.4.

2.3. СЛУЧАЙ, КОГДА ПОЛЕЗНЫЙ СИГНАЛ ЯВЛЯЕТСЯ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНЫМ

В радиолокации из ряда соображений (упрощения конструкции антенн, учета условий распространения) принято применять сигналы $S(t)$, занимающие узкую полосу частот по сравнению с несущей частотой. Например, спектр сигнала может заключаться между частотами 10 000—10 001 МГц.

В этом случае (см., например, приложение к гл. 3) функция автокорреляции полезного сигнала имеет очень много максимумов (в рассматриваемом примере около 10 000 максимумов, отстоящих один от другого на 10^{-10} сек).

Можно представить $C_u(t_0)$ в виде $\gamma_u(t_0) \cos(2\pi f t_0 + \varphi_1)$. В этом выражении f — фиксированная частота (порядка 10 000 МГц для рассматриваемого примера), а $\gamma_u(t_0)$ и φ_1 медленно изменяются в зависимости от t_0 по сравнению с изменением $\cos(2\pi f t_0 + \varphi_1)$.

В связи с этим необходимо сказать, что даже для довольно большого значения R распределение апостериорной вероятности $p(t_0|y)$ имеет большое число максимумов (отстоящих один от другого на 10^{-10} сек в рассматриваемом примере), обусловленных тем, что $C(t_0)$ также имеет форму

$$C(t_0) = \gamma(t_0) \cos(2\pi f t_0 + \varphi).$$

В этом выражении $\gamma(t_0)$ представляет собой огибающую (положительную) $C(t_0)$, содержащую относительно грубую информацию о положении цепи, а φ уточняет это положение до 4-го или 5-го десятичного знака. Так как практически такая точность не может быть достигнута, то бесполезно сохранять информацию, даваемую φ и получать распределение вероятности с большим числом близко расположенных пиков (было бы большим заблуждением пытаться измерить положение самолета или ракеты с точностью до 0,1 мм).

Следовательно, даже в идеальной радиолокационной станции можно уничтожить информацию, даваемую φ , практически не ухудшив ее характеристики. Для этого предполагается, что все значения φ равновероятны, и производится интегрирование по φ (как это было сделано в § 1.12.1). Тогда получаем

$$P_y(t_0) = k' p(t_0) \int_0^{2\pi} e^{\gamma(t_0)(2\pi f t_0 + \varphi)} d\varphi$$

или

$$P_y(t_0) = k' p(t_0) I_0[\gamma(t_0)]. \quad (2.12)$$

Здесь $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя

$$I_0(x) \approx e^x (2\pi x)^{1/2} \left[1 + \frac{1}{8x} + \dots \right].$$

Приемник, „обнаруживающий“ сигнал $C(t_0)$ и имеющий „характеристику обнаружения“ вида $I_0(x)$, является также еще идеальным приемником. Между прочим, начиная со значений, когда R очень велико (что является обязательным), $I[\gamma(t_0)]$ ведет себя как $e^{\gamma(t_0)}$.

Наконец, практический случай, когда сигнал занимает узкий спектр в области сверхвысоких частот, не отличается существенно от рассмотренного ранее случая, когда сигнал имеет видеоспектр.

2.4. ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ

Напомним сформулированные выше гипотезы.

Полезный сигнал $S(t-t_0)$ имеет длительность T , в течение которой производятся измерения, и занимает полосу частот Δf , а шум $n(t)$, сопровождающий этот сиг-

нал, является гауссовым и *равномерно* распределен в той же полосе частот шириной Δf .

Теперь задача состоит в том, чтобы выяснить, с какой точностью можно определить значение t_{01} , когда имеется цель и, следовательно, существует сигнал $S(t-t_0)$.

Если $R \gg 1$, $C_p(t_0)$ можно пренебречь по сравнению с $C_u(t_0)$ в $C(t_0)$ и если, кроме того, априорное распределение $p(t_0)$ существенно не изменяется с изменением t_0 в зоне, соседней с t_{01} (что всегда выполняется), то максимум $p(t_0|y)$ соответствует максимуму $C(t_0)$, а следовательно, и максимуму $C_u(t_0)$ и находится в t_{01} , поскольку $C(t_0)$ является функцией автокорреляции сигнала $S(t-t_0)$.

Если $R \gg 1$ и уже нельзя пренебречь $C_p(t_0)$ по сравнению с $C_u(t_0)$, то логично предположить, что значение t_{01} является тем значением t_0 , при котором $C(t_0)$ имеет максимум, но при этом совершается ошибка, обусловленная «шумом» $C_p(t_0)$. Поэтому нужно рассмотреть поведение $C(t_0)$ около этого максимума и прежде всего поведение $C_u(t_0)$ вблизи $t_0 = t_{01}$.

Полагая $t - t_{01} = \tau$ и $C_u(t_0) = \rho(\tau) \cdot 1/b$ (напомним, что речь идет* о функции автокорреляции), можно написать $\rho(\tau) = \rho(0) + \rho''(0) \frac{\tau^2}{2}$ для малых τ [$\rho'(0) = 0$].

Если вспомнить, что $\rho''(\tau)$ является функцией автокорреляции $S'(t)$, то

$$\rho''(0) = - \int_{-T}^T S'^2(t) dt = - \int_{-\Delta f/2}^{+\Delta f/2} |\psi_1(f)|^2 df,$$

где $\psi_1(f)$ — спектр $S'(t)$ (приведенный к видеочастоте).

Примечание редактора. Равенство

$$\rho''(\tau) = -k \int_{-T}^T S'(t) S'(t + \tau) dt,$$

где k — некоторая постоянная, можно получить следующим образом.

Из определения автокорреляционной функции

$$\rho(\tau) = k \int_{-T}^T S(t) S(t + \tau) dt,$$

* С точностью до постоянного коэффициента.

получим, дифференцируя дважды по τ и замечая, что

$$\frac{\partial S(t + \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial S(t + \tau)}{\partial t},$$

$$\rho''(\tau) = k \int_T S(t) S''(t + \tau) dt.$$

Интегрируя по частям, находим

$$\rho''(\tau) = k \left\{ \left[S(t) S'(t + \tau) \right]_T - \int_T S'(t) S'(t + \tau) dt \right\}.$$

Так как сигнал $S(t)$ равен нулю при $t=0$ и $t=T$, то первый член в фигурных скобках исчезает и мы приходим к искомому равенству.

Отсюда видно, что если $\Phi_1(f)$ — спектр $S(t)$ (приведенный к видеочастоте), то

$$|\psi(f)| = 2\pi f |\Phi_1(f)|^*$$

и, следовательно,

$$-\rho''(0) = \int_{-\Delta f/2}^{+\Delta f/2} 4\pi^2 f^2 |\Phi_1^2(f)| df = \int_T S'^2(t) dt.$$

Переходя к высоким частотам, можно также написать, что если $\Phi(f)$ представляет собой спектр (высокочастотный) $S(t)$, то

$$-\rho''(0) = 4\pi^2 \int_{\Delta f} (f - f_0)^2 |\Phi(f - f_0)| df.$$

Здесь f_0 — средняя частота спектра (его энергетический центр тяжести), определяемая из выражения

$$\int_{\Delta f} (f - f_0) |\Phi^2(f - f_0)| df = 0.$$

Полагая

$$4\pi^2 \int_{\Delta f} (f - f_0)^2 |\Phi^2(f - f_0)| df = 4\pi^2 B^2 E = \int_T S'^2(t) dt, \quad (2.13)$$

* Напомним, что для получения производной от временной функции достаточно умножить на оператор p ее преобразование по Лапласу.

где

$$E = \int_{\Delta f} |\Phi^2(f - f_0)| df,$$

определяем эффективную полосу частот B^* .

Если огибающая спектра имеет колоколообразную форму, то $2B$ практически равняется его ширине на уровне 3 дб. Если же на интервале Δf спектр $S(f)$ прямоугольной формы, причем $|\Phi(f)| = \text{const}$, то

$$2B = \frac{\Delta f}{\sqrt{3}}. \quad (2.13a)$$

Наконец, поскольку $\rho(0) = E$, получим

$$C_u(t_1) = R[1 - 2\pi^2 B^2 (t_0 - t_{01})^2] \quad (2.14)$$

или

$$C_u(\tau) = R[1 - 2\pi^2 B^2 \tau^2].$$

Тогда $C(\tau)$ запишется в следующем виде:

$$C(\tau) = R[1 - 2\pi^2 B^2 \tau^2] + C_p(\tau)$$

и имеет максимум при

$$C'(\tau) = 0 = -4\pi^2 B^2 \tau R + C'_p(\tau),$$

откуда

$$\tau = \frac{C'_p(\tau)}{4\pi^2 B^2 R} \approx \frac{C'_p(0)}{4\pi^2 B^2 R},$$

поскольку τ мало.

Стандартное отклонение ошибки, содержащейся в τ при измерении t_{01} , равно

$$\sqrt{\tau^2} = \frac{1}{4\pi^2 B^2 R} \sqrt{[C'_p(0)]^2}$$

так как:

$$C_p(\tau) = \frac{1}{b} \int_T S(t + \tau) n(t) dt,$$

* Величина B представляет собой, в известном смысле, радиус инерции поверхности, ограниченной осью частот и кривой $|\Phi^2(f)|$. Величина B зависит от модуля $\Phi(t)$, а не от его аргумента (фазы спектра).

то

$$C'_p(\tau) = \frac{1}{b} \int_T S'(t + \tau) n(t) dt,$$

и, следовательно,

$$C'_p(0) = \frac{1}{b} \int_T S'(t) n(t) dt.$$

Выполняя такое же вычисление, как и в § 2.2.1, получим сначала

$$\overline{[C'_p(0)]^2} = \frac{1}{b\Delta f} \sum S'^2(t_i)$$

(t_i — последовательные моменты времени, разделенные интервалами $1/\Delta f$).

Заменяя далее сумму интегралом:

$$\overline{[C'_p(0)]^2} = \frac{1}{b\Delta f} \frac{\int_T S'^2(t) dt}{\frac{1}{\Delta f}},$$

получаем с учетом (2.13)

$$\overline{[C'_p(0)]^2} = 4\pi^2 B^2 \frac{E}{b} = 4\pi^2 B^2 R,$$

откуда стандартное отклонение ошибки измерения t_0 равно,

$$\sqrt{\overline{\tau^2}} = \frac{1}{4\pi^2 B^2 R} 2\pi B \sqrt{R} = \frac{1}{2\pi B \sqrt{R}}, \quad (2.15)$$

где $R = \frac{E}{b}$ — отношение энергии сигнала за время измерения к спектральной плотности шума; B — эффективная полоса спектра полезного излучаемого сигнала.

Следовательно, если R достаточно велико, то гауссова ошибка измерения t_{01} имеет стандартное отклонение, выражаемое формулой (2.15).

Эта формула стала известна как формула Вудворда.

Примечания:

1. Для получения стандартного отклонения ошибки измерения дальности цели радиолокационной станцией

достаточно, очевидно, умножить эту формулу на c (где c — скорость света). Например, ошибке в 1 мксек соответствует ошибка в дальности 150 м.

2. Если излучаемый сигнал $S(t)$ является периодическим с периодом повторения T_R , т. е. если он состоит из регулярной последовательности элементарных сигналов, то, очевидно, принимаемый сигнал $S(t-t_{01})$ идентичен сигналу $S(t-t_{01}-T_R)$. Другими словами, хотя измерение t_{01} производится точно, теоретически можно допустить ошибку на целое число T_R .

Но в данном случае спектр $S(t)$ представляет линейчатый спектр с интервалами между линиями $1/T_R$ (см. § 2.1.2). Формула (2.15) остается справедливой в том случае, если при вычислении B будет приниматься во внимание огибающая спектра, которая с точностью до коэффициента, является спектром каждого из элементарных сигналов.

В результате излучения периодического сигнала $S(t)$ создается неоднозначность в измерении t_{01} . В общем, здесь идет речь о теоретической неоднозначности; порядок величины t_{01} обычно известен, и поэтому можно исключить значения $t_{01} + kT_R$ (где k — целое число).

Если излучаемый полезный сигнал не является периодическим, но образован из определенного числа идентичных элементарных сигналов (с равными интервалами между ними), то теоретически неоднозначность еще возможна.

2.5. РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ПО ДАЛЬНОСТИ

Изложение предыдущего материала было достаточно строгим [за исключением, может быть, некоторых «вольностей» при выводе формул (2.14) и (2.15)]. Настоящий параграф, являющийся введением, изложен не так строго, но тем не менее представляет достаточный интерес, так как дает представление о современной теории этого вопроса.

Рассмотрим одну из важных задач радиолокации. Имеются две цели, находящиеся на одном направлении, но на различных дальностях. Определим при каких условиях возможно раздельное наблюдение за этими целями

и установим точность измерения координат каждой из них.

Необходимо отдавать себе отчет в том, что, когда имеется только одна цель, ее положение можно определить с большой точностью, если R достаточно велико, и даже с бесконечно большой точностью, если $R \rightarrow \infty$. Но если имеются две близко расположенные идентичные цели, то даже при очень большом R их нельзя будет различить.

Это очень легко показать. Предположим, что R велико, одна цель находится в положении t_{01} , а вторая — в положении t_{02} , очень близком к t_{01} .

Если первая цель находится в положении t_{01} , то

$$C_{1u}(t_0) = R[1 - 2\pi^2 B^2(t_0 - t_{01})^2];$$

если вторая цель находится в положении t_{02} , то

$$C_{2u}(t_0) = R[1 - 2\pi^2 B^2(t_0 - t_{02})^2].$$

Тогда сигнал от двух целей будет равен сумме сигналов

$$\begin{aligned} C_{1u}(t_0) + C_{2u}(t_0) = \\ = 2R \left[1 - 2\pi^2 B^2 \left(\frac{t_{01} - t_{02}}{2} \right)^2 - 2\pi^2 B^2 \left(t_0 - \frac{t_{01} + t_{02}}{2} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

и будет иметь только один максимум при

$$t_0 = \frac{t_{01} + t_{02}}{2}.$$

Другими словами, *если две идентичные цели находятся достаточно близко друг к другу, то, даже если R очень велико, они будут обнаружены как одна цель и их невозможно различить* *.

Для того чтобы различить две цели (когда они находятся на одном направлении), необходимо, чтобы при $t_0 = t_{02}$ сигнал $C_{1u}(t_0)$ (от первой цели) практически равнялся нулю. Иначе говоря, две цели, находящиеся на

* Автор не совсем прав. Можно показать (см. К. Хелстром «Статистическая теория обнаружения сигналов», стр. 324), что при двухканальной обработке принятого сигнала вероятность разрешения двух целей оказывается возрастающей функцией параметра R . Чем ближе цели, тем больше требуется значение R для достижения заданной вероятности. (Прим. ред.).

расстоянии θ одна от другой, будут различаться только при условии, что сигнал $C_u(\tau)$ при $\tau = t_{01} - t_{02} = \theta$ или $C_u(\theta)$ очень мал, и тогда сумма сигналов

$$C_u(\tau) + C_u(\tau - \theta)$$

будет иметь два явно выраженных максимума.

Интервал $\theta_{\text{мин}}$, при превышении которого две цели будут наблюдаться раздельно, определим следующим выражением:

$$\theta_{\text{мин}} = \frac{\int |C_u(\tau)|^2 d\tau}{|C_u(0)|^2} \quad (2.16)$$

Заметим, что хотя это определение разрешающей способности радиолокатора имеет известный смысл* и оказывается весьма полезным при расчетах, оно однако может показаться несколько произвольным. При помощи классического математического преобразования его можно представить в другой форме:

$$\theta_{\text{мин}} = \frac{\int |\Phi(f)|^4 df}{[\int |\Phi(f)|^2 df]^2} \quad (2.17)$$

Здесь $\Phi(f)$ — спектр полезного излучаемого сигнала. Величина $1/\theta_{\text{мин}}$ иногда называется частотной апертурой полезного излучаемого сигнала.

Например, если полезный излучаемый сигнал имеет спектр прямоугольной формы шириной Δf , то

$$\theta_{\text{мин}} = \frac{1}{\Delta f}.$$

Примечание. В случае излучения периодического сигнала с периодом повторения T_R две цели, дальность одной из которых соответствует t_{01} , а другой $-t_{01} + kT_R$, не могут различаться радиолокационной станцией (но такой случай, вообще говоря, является чисто теоретическим).

* θ имеет простой геометрический смысл. Действительно, построим прямоугольник, площадь которого равна площади, охватываемой кривой $C_u^2(\tau)$, а высота — значению $C_u^2(0)$. Тогда $\theta_{\text{мин}}$, как нетрудно видеть, равно ширине этого прямоугольника.

Таким образом, разрешение целей считается возможным, когда не пересекаются прямоугольники (аппроксимирующие указанным образом кривые $C_u^2(\tau)$, соответствующие разным целям. (Прим. ред).

2.6. ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ РАДИАЛЬНОЙ СКОРОСТИ ЦЕЛИ

Напомним, что принимаемый сигнал $S(t-t_0)$ предполагается идентичным (с точностью до коэффициента) переданному сигналу, задержанному на время t_0 .

Это верно только в случае неподвижной цели или цели, имеющей нулевую радиальную скорость. Если же радиальная скорость цели V_R не равна нулю, а ширина спектра Δf излучаемого сигнала очень мала по сравнению с центральной частотой f_0 (соответствующей длине волны λ), что практически бывает очень часто*, то можно допустить, что принимаемый сигнал от цели $S(t-t_0)$ имеет спектр, смещенный на величину f_D , называемую доплеровской частотой. Эта частота равна

$$f_D = \frac{2V_R}{\lambda}. \quad (2.18)$$

Рассмотренный ранее случай практически является идеальным, так как в нем $f_D=0$. Если $f_D \neq 0$, но известна, то можно искусственно сдвинуть спектр принятого сигнала на величину f_D и свести задачу к уже рассмотренной. Это имеет место при измерении координат цели, скорость которой известна или очень мала. (Практически это означает, что доплеровская частота f_D известна с точностью, лучшей $1/T$.)

Поставленная задача состоит в том, чтобы выяснить, с какой точностью можно измерить f_D , если положение цели известно (с точностью, лучшей $1/\Delta f$). Она может быть решена так же, как и предыдущая задача о точности измерения дальности.

Действительно, известно, что излучается сигнал со спектром $\Phi(f)$, который возвращается смещенным на частоту f_D и замаскированным шумом. Требуется определить теоретическую ошибку, с которой может быть измерена f_D . Все рассуждения остаются справедливыми, если время и частоту поменять местами.

* Создать радиолокатор, излучающий сигнал, занимающий полосу частот Δf такого же порядка, как несущая частота f_0 , не является абсурдной затеей, даже наоборот. Однако исследование такого радиолокатора выходит за рамки § 2.6.

Итак, требуется определить некоторое время T_f^* по ошибающей $\sigma(t)$ полезного излученного сигнала. Это осуществляется следующим образом:

— начало отсчета времени определяется из условия

$$\int_{\bar{t}} t \sigma^2(t) dt = 0$$

(в энергетическом центре тяжести сигнала);

— значение T_f определяется из выражения

$$\int_{\bar{t}} t^2 \sigma^2(t) dt = E T_f^2.$$

(Для сигнала прямоугольной формы и длительностью T получается

$$2T_f = \frac{T}{\sqrt{3}} \text{ или } T_f = \frac{T}{2\sqrt{3}}).$$

Стандартное отклонение ошибки измерения частоты f_D по аналогии с (2.15) равно

$$\frac{1}{2\pi T_f \sqrt{R}}. \quad (2.19)$$

Это соответствует стандартному отклонению ошибки измерения величины V_R , равному

$$\frac{\lambda}{4\pi T_f \sqrt{R}}. \quad (2.20)$$

В частности, при сигнале прямоугольной формы длительностью T стандартное отклонение ошибки при измерении радиальной скорости равно

$$\frac{\lambda \sqrt{3}}{4\pi T \sqrt{R}}. \quad (2.21)$$

Численный пример. Так, при $\lambda = 0,1$ м, $T = 5 \cdot 10^{-3}$ сек, $R = 20$, можно измерить радиальную скорость с точностью до 0,3 м/сек.

* «Эффективную длительность» сигнала T_f , аналогичную введенной ранее величине «эффективной полосы» B . (Прим. ред.)

2.7. РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ПО СКОРОСТИ

В § 2.5 были рассмотрены условия, при которых возможно раздельное наблюдение двух целей, находящихся на различных дальностях (но на одном направлении) и имеющих одинаковую радиальную скорость (с точностью до $\lambda/2T$).

Теперь выясним, при каких условиях возможно раздельное наблюдение двух целей, находящихся на одной дальности (и на одном направлении), но имеющих различные радиальные скорости V_{R1} и V_{R2} (которым соответствуют различные доплеровские частоты f_{D1} и f_{D2} , так что $f_{D1} - f_{D2} = F$).

Найдем минимальную разность $F_{\text{мин}}$ доплеровских частот двух целей, при превышении которой определение координат целей становится возможным. Выражение для $F_{\text{мин}}$ можно получить из формулы, подобной (2.17):

$$F_{\text{мин}} = \frac{\int_T |\sigma(t)|^4 dt}{\left[\int_T |\sigma(t)|^2 dt \right]^2}. \quad (2.22)$$

Например, если сигнал $S(t)$ имеет прямоугольную форму и длительность T , то $F_{\text{мин}} = 1/T$. Это значит, что две цели, находящиеся на одинаковой дальности, могут наблюдаться раздельно, если их радиальные скорости различаются на $V_{\text{мин}} = \lambda/2T$.

Так, например, при $\lambda = 0,1$, $T = 5 \cdot 10^{-3}$ сек эта разность равна $V_{\text{мин}} = 10$ м/сек.

Примечания.

1. Рассмотрим излучаемый сигнал, состоящий (как в классических радиолокационных станциях) из определенного числа n элементарных прямоугольных импульсов, разделенных одинаковыми временными интервалами. Длительность каждого импульса равна τ , интервал между двумя соседними импульсами — T_R , причем $\tau \ll T_R$ (рис. 2.6). Такой сигнал, представленный во временной области, эквивалентен линейчатому спектру в частотной области. В § 2.5 и 2.6 было показано, что

если спектр сигнала состоит из спектральных линий, разделенных интервалами $1/T_R$, то

— возможна погрешность, равная kT_R в измерении t_{01} ;

— две цели, отстоящие одна от другой на kT_R , могут наблюдаться как одна.

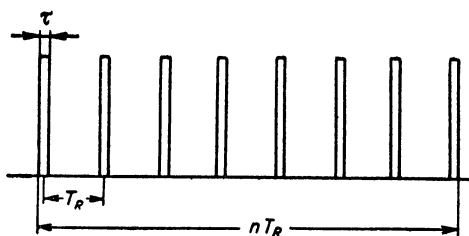


Рис. 2.6.

Основываясь на этом, можно сделать вывод, что если излучаемый сигнал имеет форму, показанную на рис. 2.6, то

— возможна погрешность в измерении f_D , равная k/T_R ;

— две цели, доплеровские частоты которых отличаются на k/T_R , могут наблюдаться как одна.

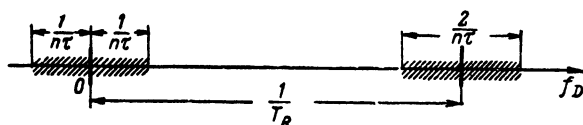


Рис. 2.7.

Применяя формулу (2.22) к сигналу такого вида, получим

$$F_{\min} = \frac{1}{n\tau}. \quad (2.22a)$$

Теперь для радиолокационной станции, излучающей такие сигналы, можно представить «зоны неопределенности» (заштрихованные зоны) на оси доплеровских частот (рис. 2.7). Две цели, доплеровские частоты которых отличаются на величину, находящуюся в пределах зоны неопределенности, нельзя различать по разности

радиальных скоростей (их можно различать, например, по разнице наклонных дальностей).

Численные примеры:

а) При $\tau = 1$ мксек, $n = 10\,000$, $T_R = 1$ мсек, $\frac{1}{T_R} = 1\,000$ гц, $\frac{1}{n\tau} = 100$ гц зоны неопределенности не перекрываются.

б) При $\tau = 5$ мксек, $n = 3$, $\frac{1}{T_R} = 250$ гц, $\frac{1}{n\tau} = 7 \cdot 10^4$ гц зоны неопределенности перекрываются.

Между прочим, если Δf — ширина спектра одного элементарного импульса (рис. 2.6), то разрешающая

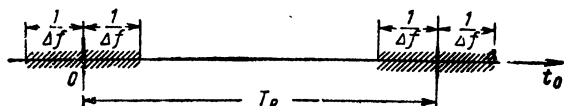


Рис. 2.8.

способность по дальности, соответствующая этому импульсу, не отличается существенно от $1/\Delta f$ (если элементарные прямоугольные импульсы не модулируются по частоте, то $1/\Delta f$ почти не отличается от τ). В этом случае таким же образом можно представить зоны неопределенности на оси времени. Две цели, дальности которых (величины t_{01}) отличаются на величину, находящуюся в пределах зоны неопределенности (рис. 2.8), не могут различаться по разности их радиальных дальностей (их возможно различить, например, по разнице радиальных скоростей).

Численные примеры. Для классической радиолокационной станции, излучающей импульсы (рис. 2.6), не модулированные по частоте:

а) При $\tau = 1$ мксек, $1/\Delta f \approx 1$ мксек, $T_R = 1$ мсек зоны не перекрываются.

б) При $\tau = 5$ мксек, $1/\Delta f \approx 5$ мксек, $T_R = 4$ мсек зоны не перекрываются.

2. Выясним, при каких условиях возможно раздельное наблюдение за двумя целями, отличающимися ра-

диальными скоростями и находящимися в разных положениях. Эта задача исследовалась многими авторами. Практически она сводится к изображению зон неопределенности в плоскости — радиальная скорость V_R , дальность d . Две цели с разными наклонными дальностями и радиальными скоростями, которым соответствуют точки, находящиеся в пределах зон неопределенности, не могут различаться раздельно. На рис. 2.9 даны примеры таких зон.

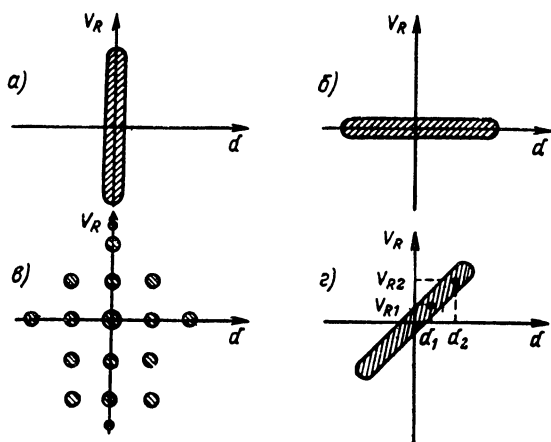


Рис. 2.9.

А. Радиолокационная станция, имеющая зону неопределенности (рис. 2.9,а), не может фиксировать раздельно две цели, находящиеся близко одна от другой по дальности, даже если их скорости сильно различаются. Определение координат целей возможно только при условии, если они находятся на большом расстоянии одна от другой. Этот случай относится к обычным классическим радиолокационным станциям.

Б. Радиолокационная станция, имеющая зону неопределенности (рис. 2.9,б), не может фиксировать раздельно две цели с одинаковыми радиальными скоростями, даже если они находятся на большом расстоянии одна от другой. Определение координат целей возможно только при условии, если их радиальные скорости различны. Этот случай относится к чистой доплеровской радиолокационной станции (см. § 3.4).

В. Зона неопределенности (рис. 2.9,в) соответствует излучаемому сигналу, представленному на рис. 2.6.

Г. Радиолокационная станция, имеющая зону неопределенности (рис. 2.9,г), может фиксировать отдельно две цели, имеющие одинаковую радиальную скорость V_R и находящиеся на дальностях d_1 и d_2 , или две цели, находящиеся на одинаковой дальности d_1 , но имеющие разные радиальные скорости V_{R_1} и V_{R_2} . Но эта же станция не может различать две цели, если одна находится на дальности d_1 и имеет радиальную скорость V_{R_1} , а вторая — на дальности d_2 с радиальной скоростью V_{R_2} . Этот случай относится к радиолокационным станциям со „сжатием импульсов“ (см. § 3.3).

Следует заметить, что вид зоны неопределенности зависит только от излучаемого сигнала.

2.8. ПОДАВЛЕНИЕ ЭХО-СИГНАЛОВ ОТ НЕПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

В радиолокации часто требуется исключать эхо-сигналы от целей, скорость которых очень мала, так как они затрудняют наблюдение за основной целью. Но практически скорость цели определить непосредственно нельзя; можно оценить только ее радиальную скорость. Поэтому задача сводится к исключению эхо-сигнала от целей, радиальная скорость которых ниже определенного порогового значения или доплеровская частота ниже определенного порога $f_{D\text{мин}}$.

2.8.1. Для подавления эхо-сигналов от целей, движущихся с незначительной скоростью, необходимо прежде всего измерять с достаточной точностью радиальную скорость. (Можно использовать некоторые характерные свойства таких целей, например форму эхо-сигналов, дальность, на которой они находятся, и т. д. Рассмотрение соответствующих приборов, которые можно использовать для таких измерений, выходит за рамки данной книги.)

Из сказанного следует, что необходимо измерять с достаточной точностью доплеровскую частоту цели. Точное измерение частоты возможно только при условии, что оно производится в течение достаточного отрез-

ка времени. Известно также, что этот отрезок времени должен быть тем больше, чем сильнее полезный сигнал замаскирован шумом.

Представление этих известных положений в математическом виде приводит к формуле (2.19), согласно которой стандартное отклонение ошибки измерения частоты обратно пропорционально времени измерения T_f и корню квадратному из энергетического отношения сигнал/шум R .

Относительная ошибка измерения доплеровской частоты, а следовательно, и радиальной скорости будет тем меньше, чем выше эта частота, или, иначе говоря, чем короче длина волны радиолокационной станции.

Предположим, что требуется подавить эхо-сигналы от неподвижных целей и выделить движущиеся цели с доплеровской частотой, начиная с 2000 гц (что соответствует радиальной скорости 100 м/сек, если станция работает на волне диапазона S , т. е. около 10 см). Если стандартное отклонение ошибки измерения доплеровской частоты f_D равно 1000 гц, то следует исключить эхо-сигнал от целей, для которых измеренная доплеровская частота ниже 1000 гц ($f_{D\text{мин}} = 1000$ гц). Тогда вероятности того, что неподвижная цель не будет исключена или, наоборот, движущаяся цель будет исключена, получатся равными 0,15.

Примечание редактора. Заметим, что результат измерения доплеровской частоты f_D сигнала от неподвижной цели является случайной гауссовой величиной со средним значением, равным нулю, и стандартным отклонением $f_{D\text{мин}}$. Таким образом, вероятность того, что измеренная доплеровская частота окажется больше минимальной $f_{D\text{мин}}$ (цель не будет исключена), равна

$$P_1(f_D > f_{D\text{мин}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_{D\text{мин}}} \int_{f_{D\text{мин}}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2f_{D\text{мин}}^2}} dx.$$

Полагая под знаком интеграла $\frac{x}{\sqrt{2} f_{D\text{мин}}} = u$, получим

$$P_1(f_D > f_{D\text{мин}}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{1/\sqrt{2}}^{\infty} e^{-u^2} du = \frac{1}{2} \left[1 - \theta\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right].$$

По таблице интеграла ошибок находим $\theta\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 0,7$, откуда $P_1(f_D > f_{D \text{ мин}}) = 0,15$.

Замечая, что среднее значение доплеровской частоты f_D сигнала, отраженного от подвижной цели, с граничной скоростью 100 м/сек, равно $2f_{D \text{ мин}}$, находим вероятность того, что измеренная частота окажется меньше $f_{D \text{ мин}}$ (цель будет исключена):

$$P_2(f_D < f_{D \text{ мин}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_{D \text{ мин}}} \int_{-\infty}^{f_{D \text{ мин}}} e^{-\frac{(x-2f_{D \text{ мин}})^2}{2f_{D \text{ мин}}^2}} dx.$$

Полагая $-\frac{(x-2f_{D \text{ мин}})}{\sqrt{2} f_{D \text{ мин}}} = u$, получим выражение

$$P_2(f_D < f_{D \text{ мин}}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{1/\sqrt{2}}^{\infty} e^{-u^2} du,$$

совпадающее с найденным ранее. Следовательно,

$$P_2(f_D < f_{D \text{ мин}}) = P_1(f_D > f_{D \text{ мин}}) = 0,15.$$

Однако указанная величина стандартного отклонения доплеровской частоты, являющаяся максимально допустимой, может быть получена на предельной дальности радиолокационной станции [как показывает формула (2.19)] только при условии, что измерение производится не менее чем в течение 100 мксек. При этом не имеет существенного значения, представляет ли измеряемый сигнал два коротких импульса, разделенных интервалом 100 мксек, или один импульс длительностью 100 мксек, так как T_f имеет практически одну и ту же величину в обоих случаях.

2.8.2. Если в процессе измерения радиальной скорости цели несущая частота излучаемого сверхвысокочастотного сигнала существенно изменяется (например, на 20 Мгц в диапазоне S), то фактически будет измерена радиальная скорость перемещения «светящейся точки», которая обычно очень велика. Исключение эхо-сигналов от неподвижных целей становится при этом невозможным (см. примечание к § 4.9).

2.8.3. Для того чтобы исключение эхо-сигналов, входящих от неподвижных целей, было возможно, точ-

ного измерения радиальной скорости оказывается недостаточным. Если подвижная и неподвижная цели находятся близко одна от другой, то необходимо:

- чтобы их можно было различать по доплеровским частотам,

- или если цели нельзя различить и наблюдается только скорость групповой цели, представляющей собой сложную комбинацию из двух неразделяемых целей, то эта скорость не должна быть очень малой, так как иначе будут исключены как неподвижная, так и движущаяся цели.

2.8.4. Первое условие выполняется, если радиолокационная станция имеет хорошую разрешающую способность по доплеровской частоте. Это оказывается возможным, если:

- время измерения доплеровской частоты достаточно велико, что очевидно (если точность измерения доплеровской частоты невысокая, то и разрешающая способность по доплеровской частоте невысока);

- длительность излучения сигнала за время измерения велика.

Это значит, что радиолокационная станция, излучающая два коротких импульса длительностью 5 *мксек* с интервалом между ними 1000 *мксек*, имеет невысокую разрешающую способность по доплеровской частоте [см. формулу (2.22а)] порядка 100 *кГц*. Станция, излучающая один импульс прямоугольной формы длительностью 1000 *мксек*, имеет очень хорошую разрешающую способность, равную 1 *кГц*.

Из сказанного вытекает, что подавление эхо-сигналов от неподвижных целей в случае радиолокационных станций, работающих очень длинными импульсами (или радиолокационных станций непрерывного излучения), не является сложной проблемой.

2.8.5. Задача, возникающая при применении классических радиолокационных станций в связи с необходимостью подавления эхо-сигналов, приходящих от неподвижных целей, состоит в том, что необходимо избежать подавления сигналов от движущихся целей, расположенных вблизи от неподвижных. В связи с этим говорят, что радиолокационные станции имеют предел видимости на фоне мешающих отражений.

Действительно, если неподвижная цель имеет бóльшую (в k^2 раз) эффективную отражающую поверхность (см. гл. 3 и 4), чем движущаяся цель, занимающая такое же положение, то в общем случае группа из двух целей ведет себя как одна, имеющая меньшую скорость. Эта кажущаяся скорость групповой цели (соответствующая доплеровской частоте F_D , значительно меньшей, чем доплеровская частота одиночной подвижной цели f_D) может быть настолько малой, что она окажется в области скоростей исключаемых целей.

В общем случае при возрастании k^2 число исключаемых движущихся целей также возрастает. Начиная с некоторого определенного значения k^2 , называемого пределом видимости системы на фоне мешающих отражений, все цели будут исключаться. Это лучше пояснить на конкретном примере.

Предположим, что излучаемый сигнал состоит из двух коротких импульсов одинаковой частоты, разделенных интервалом T . Приемник принимает от движущейся цели первый эхо-сигнал вида $\sin(\omega t)$ и через T секунд второй эхо-сигнал вида $\sin(\omega t + 2\pi f_D T)$. Измерив $f_D T$, можно определить величину f_D . Заметим, что $f_D T$ измеряется с точностью до целых чисел, поэтому при исключении неподвижных целей будут исключаться и цели, имеющие доплеровские частоты $1/T, 2/T, \dots$, называемые «слепыми» частотами.

Следовательно, если нежелательно, чтобы слепая частота попадала в область полезных частот, и если максимальная доплеровская частота равна $f_{D\text{ макс}}$, то должно выполняться условие

$$f_{D\text{ макс}} T < 1 \text{ или } f_{D\text{ макс}} < \frac{1}{T}.$$

Например, при $f_{D\text{ макс}} = 25$ кГц, $T < 40$ мксек.

Рассмотрим теперь случай, когда движущаяся цель занимает такое положение, какое и неподвижная цель с эффективной отражающей поверхностью, большей в k^2 раз.

Приемник принимает первый сигнал вида

$$\sin \omega t + k \sin \omega t = (1 + k) \sin \omega t$$

и спустя T секунд второй сигнал вида

$$\begin{aligned} & \sin(\omega t + 2\pi f_D T) + k \sin \omega t = \\ & = \sqrt{k^2 + 1 + 2k \cos(2\pi f_D T)} \sin(\omega t + 2\pi F_D T), \end{aligned}$$

где

$$\operatorname{tg}(2\pi F_D T) = \frac{\sin(2\pi f_D T)}{k + \cos(2\pi f_D T)}.$$

Практически $k \gg 1$ и тогда

$$\operatorname{tg}(2\pi F_D T) = \frac{\sin(2\pi f_D T)}{k}.$$

Если $f_D T$ мало, то $F_D \approx f_D/k$, т. е. кажущаяся радиальная скорость групповой цели, состоящей из движущейся и неподвижной целей, равна радиальной скорости движущейся цели, деленной на k^* .

Максимальная величина F_D определяется выражением

$$\frac{1}{2\pi T} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{k}\right) = \frac{1}{2\pi T k} \quad (\text{если } k \gg 1).$$

Предположим далее, что желательно исключить все цели, доплеровские частоты которых меньше $f_{D\text{мин}}$. При этом, однако, будут исключены и все подвижные цели, находящиеся вблизи неподвижных целей с большей в k^2 раз отражающей поверхностью, для которых выполнено условие

$$F_D = \frac{1}{2\pi T k} < f_{D\text{мин}},$$

откуда

$$k^2 > \frac{1}{(2\pi T f_{D\text{мин}})^2}.$$

Эта максимально допустимая величина k^2 и является пределом видимости системы на фоне мешающих отражений.

* В конкретном выбранном примере, частота F_D оказывается равной или меньшей f_D/k (равной, если f_D мала). Можно показать, что f_D/k является значением, которое может достигнуть F_D в случае идеальной станции, и что, следовательно, ни одна реальная радиолокационная станция не может выдать большей величины.

Численный пример. При $T=100$ мксек, $f_{\text{ДМИН}}=100$ гц получим предел видимости системы равным

$$k^2 = \frac{1}{(2\pi \cdot 10^{-2})^2} = 250 = 24 \text{ дб}^*.$$

Примечания **: 1. В случае одиночной неподвижной цели оба эхо-сигнала имеют одинаковую амплитуду.

В случае одиночной движущейся цели оба эхо-сигнала также имеют одинаковую амплитуду.

В случае сложной групповой цели (неподвижная и движущаяся цели, находящиеся в одном положении) амплитуды эхо-сигналов различны.

Отношение амплитуд равно

$$\frac{\sqrt{k^2 + 1 + 2k \cos(2\pi f_D T)}}{k + 1}$$

и изменяется в пределах от единицы при небольшой скорости движущейся цели до $(k-1)/(k+1)$ при радиальной скорости движущейся цели, приближающейся к половине первой «слепой» скорости.

Следовательно, теоретически можно использовать различие в амплитудах двух эхо-сигналов для установления одновременного наличия движущейся и неподвижной целей. Практически же следует иметь в виду, что если k велико, то придется фиксировать очень малые относительные разности амплитуд двух импульсов. Например, если $f_D=2000$ гц, $T=100$ мксек, $k=16$ и $k^2=250$ дб, то

$$\frac{\sqrt{k^2 + 1 + 2 \cos(2\pi f_D T)}}{k + 1} = 0,97.$$

* В проведенном расчете предполагалось, что эхо-сигналы от неподвижной и движущейся целей имеют одинаковую фазу. При более строгом расчете надо учитывать возможную разность фаз. При этом могут получиться слегка отличающиеся численные результаты.

** В этом примечании автор делает выводы, относящиеся только к особенностям работы радиолокатора, излучающего сигнал, образованный двумя короткими импульсами, разделенными интервалом времени T . (Прим. ред.)

Кроме того, в проведенных рассуждениях не учитывалось наличие шума, сопровождающего полезные сигналы.

2. В рассмотренном ранее случае (см. § 2.8.1) было показано, что для повышения точности измерения радиальной скорости цели нужно увеличивать интервал T между импульсами. В приведенном там примере величина $T=100$ мксек была минимальной, при которой на предельной дальности радиолокатора можно получить f_D порядка 1000 гц. Этой частоте соответствует предел видимости на фоне мешающих отражений, близкий к 0 дб.

3. Было показано также, что предел видимости понижается с увеличением T . Но так как увеличение T часто позволяет уменьшить $f_{D\text{мин}}$, то оба эффекта взаимно компенсируются.

4. Рассмотренная система имеет два существенных недостатка:

— Если радиолокационная станция представляет собой классическую импульсную станцию, то приемник должен быть заперт на время излучения второго импульса. Вследствие этого при очень большом T появится зона «слепых» дальностей. (Если $T=500$ мксек, радиолокационная станция не будет «видеть» эхо-сигналов от целей на дальности 75 км и, кроме того, в некоторой зоне, простирающейся на дальность, большую чем 75 км.)

— Если интервал T между импульсами очень мал, то неподвижная цель, имеющая большую радиальную протяженность, не будет исключаться. Пусть, например, $T=100$ мксек и неподвижная цель имеет протяженность в глубину более 15 км. Тогда сначала будет принят первый эхо-сигнал, соответствующий переднему фронту неподвижной цели, а затем через T секунд второй эхо-сигнал от переднего фронта этой цели и одновременно первый эхо-сигнал от точки неподвижной цели, отстоящей на 15 км от переднего фронта. Измерение f_D при этом не имело бы смысла.

2.8.6. Классическая радиолокационная станция с селекцией движущихся целей. Напомним, что в классической радиолокационной станции с селекцией движущихся целей используются импульсы, следующие один за другим через интервал повторения. (Вследствие этого станция, частота которой изменяется случайным образом

за каждый период повторения, не может применяться.) Поэтому все происходит так, как если бы величина T была равна периоду повторения импульсов, т. е. примерно 5 мксек. Следовательно, слепые частоты очень близки одна к другой и будут отличаться примерно на 200 гц.

При этом если ставится задача исключать цели с доплеровской частотой ниже $f_{D\text{мин}} = 100$ гц (по абсолютной величине), то вместе с ними будут исключаться и цели, доплеровские частоты которых заключаются между 100 и 300 гц, между 300 и 500 гц и т. д. Иначе говоря, радиолокационная станция окажется практически неспособной выполнять свои функции. Этот неприятный результат усугубляется еще тем, что вследствие большого значения T предел видимости целей на фоне мешающих отражений оказывается ниже 0 дб.

Следовательно, можно выбирать $f_{D\text{мин}}$ только очень малой, например, равной 5 гц. Это означает, что радиолокационная станция, работающая в 10-см диапазоне, исключит только те цели, радиальная скорость которых меньше 0,25 м/сек (при наличии ветра радиолокатор будет обнаруживать листья деревьев).

В станции кругового обзора возникают дополнительные затруднения за счет того, что за время между двумя последовательными импульсами луч повернется на некоторый угол и принимаемые эхо-сигналы будут соответствовать светящимся точкам неподвижной цели, находящимся на различных дальностях (особенно, если луч очень узкий). Поэтому неподвижная цель будет иметь кажущуюся радиальную скорость, не равную нулю, и может быть не исключена.

2.9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все, что было сказано выше, можно представить в виде кратких выводов, которые читатель, если он ничего не читал или ничего не усвоил из содержания этой главы (в последнем случае в этом, конечно, виноват автор), может запомнить. Эти выводы должны быть известны всем инженерам, имеющим отношение к радиолокации.

Следует иметь в виду, что приводимые ниже выводы справедливы для идеальной радиолокационной станции

и что реальная станция не может иметь характеристик лучших, чем идеальная. Однако характеристики применяемых станций часто могут приближаться к теоретически возможным для идеальных станций.

А. Для обнаружения цели с заданной вероятностью необходимо и достаточно, чтобы отношение R энергии принятого сигнала за время измерения к спектральной плотности мощности шума (или помехи) имело определенную величину. Дальность действия радиолокационной станции (при данных размерах антенны, длине волны и типе цели) зависит только от отношения излученной энергии за время измерения к спектральной плотности мощности шума (или помехи).

Дальность действия радиолокационной станции не зависит, в частности, от формы излучаемого сигнала, а также от формы или ширины его спектра. Например, две идентичные радиолокационные станции, излучающие с одинаковой частотой повторения (одна — сигнал мощностью в импульсе 100 Мвт в течение 4 мксек, вторая — сигнал мощностью в импульсе 100 квт в течение 4 мсек) имеют одинаковую дальность действия.

Б. При данной дальности действия точность измерения дальности радиолокационной станцией зависит только от формы спектра излучаемого сигнала [см. формулу (2.15)]*.

При данной дальности действия станции погрешность измерения дальности обратно пропорциональна ширине спектра излучаемого сигнала. При приближении цели к радиолокационной станции (R возрастает) точность измерения улучшается.

В. На заданных дальности действия и частоте излучаемого сигнала, точность измерения радиолокационной станцией радиальной скорости цели зависит только от формы полезного излучаемого сигнала [см. формулу (2.20)].

Грубо говоря, погрешность измерения радиальной скорости обратно пропорциональна длительности полезного сигнала (или длительности времени измерения).

* При этом имеет значение только амплитуда спектра, а не его фаза, которую можно, следовательно, изменять по желанию без изменения точности измерения и разрешающей способности станции по дальности.

Г. Вероятность различения двух целей не зависит от излучаемой энергии *. Можно наблюдать раздельно две цели, имеющие одинаковую скорость и находящиеся на некотором расстоянии одна от другой, только при условии подходящего выбора формы излучаемого сигнала, практически если спектр этого сигнала имеет достаточную ширину.

Аналогично можно наблюдать раздельно две цели, находящиеся на одной дальности, но имеющие различные радиальные скорости, при условии правильного выбора формы излучаемого сигнала, при которой сигнал имеет достаточную длительность (или если время измерения достаточно велико).

Из этого следует, что *лучшие качества имеет радиолокационная станция, которая:*

- *излучает импульсы большой длительности;*
- *имеет широкий спектр излучаемого сигнала.*

Эти два требования могут показаться противоречивыми «старым» специалистам по радиолокации. В действительности же они противоречивы только в том случае, когда излучаемый сигнал модулируется по амплитуде. Если же излучаемый сигнал модулируется по частоте (или фазе), то можно получить сигнал большой длительности, имеющий достаточно широкий спектр.

Существенная выгода применения сигналов большой длительности (имеющих широкий спектр), а не коротких сигналов (к сожалению, применяемых в большинстве существующих радиолокационных станций) заключается в том, что при дальности действия станции, определяемой энергией излучаемого сигнала, сигналы большой длительности позволяют значительно снизить мгновенную импульсную мощность станции.

Примечание. Выше принималось, что шум гауссов. Этому условию удовлетворяет большинство видов шумов естественного происхождения. Если же «шум» является намеренной помехой и если противник (испробовав все виды модуляции сигнала помехи, не достиг эффекта в результате наличия соответствующей защиты от помех) применит помеху в виде случайных сигналов, то целесообразно использовать в радиолокаторе излучение гауссова шума, представляющего собой «наиболее

* См. сноску на стр. 56. (Прим. ред.)

совершенный беспорядок» (или, другими словами, обладающего наибольшей энтропией).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица функции

$$\theta(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$$

x	$\theta(x)$	x	$\theta(x)$
0,1	0,11	1,1	0,88
0,2	0,22	1,2	0,91
0,3	0,33	1,3	0,93
0,4	0,43	1,4	0,95
0,5	0,52	1,5	0,97
0,6	0,60	1,6	0,98
0,7	0,68	1,8	0,99
0,8	0,74	2,3	0,999
0,9	0,80	2,75	0,9999
1,0	0,84	3,1	0,99999

АНАЛИЗ ПРИНЦИПОВ ДЕЙСТВИЯ НЕКОТОРЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СТАНЦИЙ

Целью этой главы является только изложение основных принципов действия радиолокационных станций, а не описание их устройства.

3.1. РАДИОЛОКАЦИОННАЯ СТАНЦИЯ С КОРРЕЛЯЦИОННЫМ ПРИЕМОМ

В гл. 1 и 2 было показано, что идеальная радиолокационная станция выполняет за время измерения интегрирование произведения принимаемого сигнала на излученный сигнал, задержанный на время t_0 , и находит величину t_0 , соответствующую максимальному значению этого выражения.

Иначе это можно представить так. Имеется бесконечное количество аналогов излученного сигнала с временем задержки, принимающим все возможные значения. Каждый из этих аналогов сигнала умножается на принятый сигнал, их произведение интегрируется за время T и определяется значение t_0 , при котором интеграл имеет наибольшую величину.

Практически используется только конечное число аналогов задержанного излучаемого сигнала:

а) можно использовать только один из этих аналогов. Тогда интегратор выдаст максимальный сигнал, когда цель находится на дальности, соответствующей задержке данного аналога излученного сигнала;

б) можно использовать большее число этих аналогов, разделенных интервалами, соответствующими ожи-

даёмой погрешности в определении положения цели. Если, например, точность измерения дальности равна 450 м, то используются аналоги излучаемого сигнала, задержанные на τ , $\tau+3$, $\tau+6$ мксек и т. д. При этом для каждого из этих аналогов будет свой интегратор, выдающий сигнал при появлении цели на соответствующей дальности.

Второй случай отличается от первого только количеством корреляторов (сложность аппаратуры). Поэтому можно ограничиться подробным изучением первого случая, т. е. рассмотреть поведение радиолокационной станции, устанавливающей в данный момент времени, имеется ли цель на определенной дальности, или, что то же самое, отмечающей моменты, когда цель проходит через некоторую заданную дальность (с определенной точностью).

3.1.1. Обнаружение цели с известной скоростью. Предположим, что имеется цель, радиальная скорость которой заключается между $V_R - v_R$ и $V_R + v_R$. Пусть, например, $V_R = 300$ м/сек и $v_R = 5$ м/сек. Предположим далее, что излучаемый сигнал имеет спектр прямоугольной формы шириной Δf , симметричный относительно центральной частоты 150 Мгц ($\lambda = 2$ м). Требуется определить момент прохождения целью дальности $D = 500$ км с точностью ± 15 м.

Допустим, что нас удовлетворяет вероятность ложной тревоги 10^{-3} и вероятность обнаружения 0,9. Это позволяет установить, что на предельной дальности (см. рис. 2.5) величина $R = 20$ (или 13 дБ).

Тогда ширина эффективной полосы B определится следующим образом:

$$15 \text{ м} \rightarrow 10^{-7} \text{ сек} = \frac{1}{2\pi B \sqrt{20}},$$

откуда

$$2B = 700 \text{ кгц}$$

и согласно формуле (2.13а)

$$\Delta f = 1,2 \text{ Мгц.}$$

Если принять это значение Δf , то, поскольку радиальная скорость цели известна и равна $V_R = 300$ м/сек, логично ограничиться временем измерения, не превышаю-

щим время \tilde{T} , в течение которого цель пройдет расстояние 15 м, т. е.

$$T = \frac{15}{300} = 0,05 \text{ сек.}$$

Радиальная скорость v_R соответствует доплеровскому смещению частоты

$$f_D = \frac{2v_R}{\lambda} = 5 \text{ гц.}$$

Эта величина меньше $1/T$, следовательно, скорость цели известна с достаточной точностью. Средняя радиальная скорость соответствует доплеровской частоте 300 гц.

Излучаемый сигнал будет, следовательно, определен, если известна энергия, которую нужно излучить за время T . Для этого примем, что передающая антенна имеет диаметр 20 м, а ее поверхность S_e равна 300 м². Тогда расчетная величина усиления антенны

$$G_e = \frac{4\pi S_e}{\lambda^2} = \frac{4\pi 300}{4} = 900.$$

Реальное усиление будет значительно меньше, порядка 600 (или 28 дб).

Плотность мощности на дальности D равна

$$P = \frac{600P}{4\pi D^2}.$$

Предполагается, что цель как бы поглощает из падающего на нее излучения радиолокационной станции мощность $P\sigma_e$ и переизлучает ее затем равномерно во всех направлениях. Величина σ_e является, по определению, «эффективной отражающей поверхностью цели». Следует попутно заметить, что эффективная отражающая поверхность цели очень отдаленно связана с ее «реальной поверхностью», т. е. с ее размерами. Она зависит от длины волны, формы, ракурса цели и т. д. Величина σ_e флуктуирует во времени (см. гл. 4), что во многих случаях приводит к необходимости задаваться величиной R более 13 дб.

Можно считать, что при данной длине волны цель, находящаяся под определенным ракурсом, имеет опре-

деленную величину σ_e . В частности положим ее равной 1 м^2 (это нормальная величина для небольшого самолета).

Следовательно, мощность, переизлучаемая целью, равна $\frac{600P}{4\pi D^2}$, и приемная антенна (будем считать, что она идентична передающей антенне, но расположена в стороне от нее) с поверхностью S_R примет сигнал, мощность которого равна

$$\frac{600P}{(4\pi D^2)^2} S_R = \frac{18 \cdot 10^4 P}{(4\pi D^2)^3}.$$

Принятая энергия E от цели, выраженная через излученную энергию E_e , может быть представлена как

$$E = \frac{18 \cdot 10^4}{(4\pi D^2)^2} E_e = \frac{G_e S_R}{(4\pi D^2)^2} E_e.$$

Теперь нужно узнать спектральную плотность b мощности шума, сопровождающего полезный сигнал. Если отсутствуют намеренные помехи, то из известного определения шумовой температуры T_N приемника величина b получается равной

$$b = k T_N,$$

где k — постоянная Больцмана, равная $1,4 \cdot 10^{-23} \text{ вт/гц}^\circ \cdot \text{К}$.

Напомним, что коэффициент шума приемника равен

$$n_b = \frac{T_N}{T_R},$$

где T_R — абсолютная температура приемника*.

Наконец можно найти, что на дальности D

$$R = \frac{G_e S_R E_e \sigma_e}{(4\pi D^2)^2 k T_N} = \frac{1,8 \cdot 10^5 E_e}{(4\pi \cdot 25 \cdot 10^{10})^2 1,4 \cdot 1000 \cdot 10^{-23}}.$$

* В действительности нужно было бы более строго T_N называть «эффективной шумовой температурой приемной системы», а $T_N - T_R = T_e$ — «эффективной шумовой температурой приемника», что позволило бы представить n_b в более классической форме:

$$n_b = \frac{T_N}{T_R} + 1.$$

Здесь T_N принята равной 1000°K . Эта величина близка к реальной и соответствует коэффициенту шума, равному приблизительно 5 дБ.

Так как R должно быть равным 20, то излучаемая энергия определится как

$$E_e = \frac{RkT_N (4\pi)^2 D^4}{G_e S_R \sigma_e} \quad (3.1)$$

или

$$E_e = \frac{20 \cdot 1,4 \cdot 1000 \cdot 10^{-23} \cdot 160 \cdot 625 \cdot 10^{20}}{1,8 \cdot 10^5} = 20 \text{ дж.}$$

Если излучаемый сигнал имеет постоянную мощность за время его длительности (мощность в импульсе), что мы и будем предполагать (излучаемый сигнал может представлять собой гауссов шум, занимающий полосу Δf), то его мощность в импульсе должна быть равна

$$\frac{E_e}{T} = \frac{20}{0,05} = 400 \text{ вт.}$$

Практически, для того чтобы гарантировать попадание излучаемого сигнала на цель, когда она будет находиться на заданной дальности (время прохождения целью этой дальности априори неизвестно) излучение должно быть непрерывным. Это значит, что *нужно излучать среднюю мощность, равную мощности в импульсе*, т. е. 400 вт.

Предположим теперь, что цель является источником помех в форме гауссова шума с плотностью 10^{-6} вт/гц (передатчик мощностью 50 вт, занимающий полосу 50 Мгц и имеющий всенаправленную антенну). Тогда шумом приемника можно пренебречь по сравнению с помехами и отношение R станет равным

$$R = \frac{G_e E_e \sigma_e}{4\pi D^2} \frac{1}{10^{-6}},$$

откуда

$$E_e = \frac{4\pi D^2 R}{G_e \sigma_e} 10^{-6} = 10^4 \text{ дж.} \quad (3.2)$$

Примечание редактора. Для того, чтобы получить выражение (3.2) для E_e , заметим, что антенна с площадью S_R примет от передатчика помех, находящегося на расстоянии D и излучающего равномерно во все стороны мощность P , сигнал мощностью

$$\frac{PS_R}{4\pi D^2}.$$

Следовательно, спектральная плотность помехи будет равна

$$b_{\pi} = \frac{PS_R}{4\pi D^2 \Delta F}.$$

где ΔF — полоса, занимаемая сигналом помех.

Подставляя значение b_{π} вместо kT_N в формулу (3.1), получим

$$E_e = \frac{RP4\pi D^2}{G_e \sigma_e \Delta F}.$$

Полагая, наконец, $P=50 \text{ вт}$, $\Delta F=50 \text{ Мгц}$, приходим к формуле (3.2).

Мощность (в импульсе или средняя) должна в этом случае равняться 200 квт.

Таким образом, можно сделать следующие выводы.

При отсутствии помех излучаемая энергия:

- пропорциональна дальности в четвертой степени;
- обратно пропорциональна усилению передающей антенны и усилению (или поверхности) приемной антенны;

— при данных размерах поверхности антенн пропорциональна длине волны в квадрате;

— при данном усилении антенн обратно пропорциональна длине волны в квадрате.

При наличии на цели передатчика шумовых помех излучаемая энергия:

— пропорциональна дальности в квадрате;

— обратно пропорциональна усилению передающей антенны, в то время как усиление приемной антенны не играет никакой роли.

3.1.2. Принципиальная схема радиолокационной станции. На рис. 3.1 дана принципиальная схема радиолокационной станции с корреляционным приемом. В блоке 1 этой схемы непрерывно создается гауссов шум, равномерно распределенный в полосе частот, равной 1,2 Мгц, 6—411

расположенной симметрично относительно средней частоты 5 МГц . В блоке 2 (преобразователе частоты и фильтре) спектр этого шума переносится на среднюю частоту 150 МГц . На преобразователь 2 поступают также колебания местного гетеродина 4 частотой 145 МГц . После преобразования частоты шум усиливается в усилителе мощности 3 и подается на антенну 5. Таким образом антенна 5 излучает сверхвысокочастотные сигна-

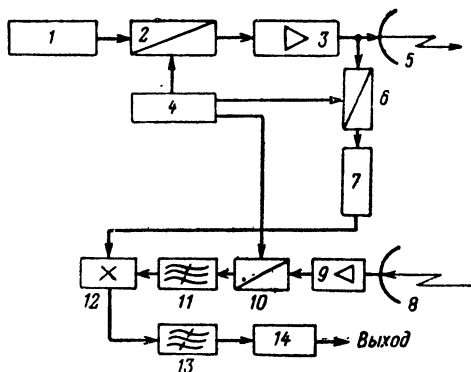


Рис. 3.1.

лы в виде гауссова шума с полосой $1,2 \text{ МГц}$, симметричной относительно средней частоты 150 МГц . Одновременно небольшая часть напряжения этого шума ответвляется на преобразователь 6 и линию задержки 7. Время задержки t_0 соответствует дальности D .

Принимаемый приемной антенной 8 сигнал усиливается в предварительном усилителе 9 с низким уровнем шума, откуда поступает в преобразователь частоты 10. На выходе преобразователя получается сигнал со средней частотой 5 МГц . С преобразователя 10 сигнал поступает на полосовой фильтр 11 с полосой пропускания $1,2 \text{ МГц}$ и средней частотой 5 МГц .

Фильтр 11 связан со схемой перемножения 12, на которую также поступают колебания с линии задержки 7. Произведение преобразованного принятого сигнала на задержанный зондирующий сигнал поступает на фильтр 13 со средней частотой 300 гц и полосой пропускания 40 гц . В блоке 14 сигнал сравнивается с пороговым уровнем и при превышении его используется для

индикации или для последующей обработки на вычислительной машине, если она применяется.

Нетрудно себе представить работу станции. Когда цель находится на дальности, соответствующей τ , близкому к τ_0 , на предварительный малошумящий усилитель 9 поступает сигнал, принятый антенной 8. Мощность на выходе этого усилителя из-за его свойства не превышает определенной величины. Это защищает чувствительный преобразователь 10 от перегрузки. Так как предварительный усилитель имеет достаточно большое усиление, то шумом преобразователя, хотя он и значителен, можно пренебречь по сравнению с усиленным шумом предварительного усилителя. На выходе предварительного усилителя получается полезный сигнал частотой 150 МГц и шум, занимающий очень широкую полосу, в частности полосу частот, близких к 140 МГц.

Если не принять мер, то этот шум (не сопровождающий полезный сигнал), взаимодействуя с колебаниями гетеродина 4 на частоте 145 МГц, создаст биения, представляющие собой паразитный шум в полосе частот, близких к 5 МГц. Этот шум повышает уровень собственного шума приемника.

Для устранения этого явления на выходе усилителя 9 включен фильтр с полосой пропускания 5 МГц, настроенный на частоту 150 МГц. В конечном счете на выходе преобразователя 10 получается полезный сигнал средней мощности E_R/T и шум средней мощности $kT_N \cdot 5 \cdot 10^6$. Отношение сигнал/шум, определяемое как отношение средней мощности полезного сигнала к средней мощности шума, получается равным

$$\begin{aligned} \frac{E_R}{T} \frac{1}{kT_N \cdot 5 \cdot 10^6} &= \frac{E_R}{kT_N} \cdot \frac{1}{T \cdot 5 \cdot 10^6} = \\ &= \frac{R}{0,05 \cdot 5 \cdot 10^6} = \frac{20}{0,25 \cdot 10^6} = 8 \cdot 10^{-5} = -41 \text{ дб}. \end{aligned}$$

На выходе фильтра 11 мощность шума равна

$$kT_N \Delta f = kT_N \cdot 1,2 \cdot 10^6,$$

а отношение сигнал/шум равно

$$\frac{8 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^6}{1,2 \cdot 10^6} = 3,3 \cdot 10^{-4} = -33 \text{ дб}.$$

Схема перемножения 12 выполняет умножение аналога полезного сигнала $S(\tau_0)$ с частотой 5 Мгц и принятого сигнала (сопровождаемого шумом), т. е. сигнала $S(\tau)$ с частотой $5 \text{ Мгц} + 300 \text{ гц}$ (с точностью до 5 гц) *.

В результате произведения этих двух сигналов получается

— составляющая с частотой $300 \text{ гц} (\pm 5 \text{ гц})$;

— составляющая с частотой $10 \text{ Мгц} + 300 \text{ гц}$ (не представляющая интереса).

Полосовой фильтр с шириной полосы $2 \times 20 \text{ гц}$ и средней частотой 300 гц выполняет интегрирование (фактически усреднение) полезной составляющей за время, равное $1/20 \text{ гц} = 0,05 \text{ сек} = T$.

Так как τ переменна, то сигнал на выходе фильтра 13 представляет собой функцию автокорреляции $\rho(\tau - \tau_0)$ излучаемого сигнала, частота которого равна 5 Мгц .

Известно, что при $\tau = \tau_0$ полезный сигнал на выходе коррелятора принимает максимальное значение, равное KR , а шум имеет стандартное отклонение $K\sqrt{R}$ (где K — некоторый коэффициент). Поэтому все происходит так, как если бы полезный сигнал имел мощность $K^2 R^2/2$, а шум — мощность $K^2 R$. Следовательно, отношение сигнал/шум равно

$$\frac{R}{2} = 10 \text{ (10 дб)}.$$

Таким образом, корреляция улучшает отношение сигнал/шум на 45 дб , т. е. на величину, равную отношению величин полосы пропускания до фильтрации и после фильтрации.

В приложении (А.1.3) сделана попытка объяснить физически причину этого явления.

Если наблюдать на осциллографе выходной сигнал фильтра 11 (или преобразователя 10), то можно увидеть только шум, так как полезный сигнал очень слаб. При наблюдении же выходного сигнала фильтра 13 можно увидеть сигнал, «выделенный» из шума. Это значит, что схема перемножения 12 должна иметь «динамический диапазон» не менее 45 дб , т. е. пропускать сигналы с разностью уровней 45 дб .

* Эхо-сигнал $S(\tau)$ предполагается отраженным от цели с радиальной скоростью $V_R = (300 \pm 5) \text{ м/сек}$ (см. § 3.1.1). (Прим. ред.).

Примечание. Практически измеряется выборка длительностью 0,05 сек из непрерывно излучаемого «полезного» шума. Даже если бы паразитный шум отсутствовал, то полученный результат не был бы равен функции автокорреляции, соответствующей прямоугольному спектру шириной Δf , а соответствовал бы функции корреляции спектра с определенными флуктуациями. Этот вопрос рассматривается в приложении А.1.2, где показано, что паразитные флуктуации имеют «мощность» на 45 дБ ниже мощности полезного сигнала. Поэтому ими вполне можно пренебречь.

3.1.3. Обнаружение цели с неизвестной скоростью. Если радиальная скорость цели неизвестна (предполагается, что знак ее известен — в противном случае нетрудно немного изменить схему, для того чтобы учесть незнание знака скорости), то достаточно заменить в схеме станции цепочку 13—14 (рис. 3.1) определенным количеством аналогичных цепочек с фильтрами, имеющими полосу пропускания 40 гц и настроенными на частоты:

280 гц,	320 гц,
260 гц,	340 гц,
240 гц,	360 гц.

Канал, на выходе которого получается максимальный сигнал, позволяет определить скорость цели с точностью $\pm 2,5$ м/сек.

Таким образом, оказывается возможным различить две цели, скорости которых отличаются на 5 м/сек. Это соответствует теории (§ 2.7).

Если требуется исключать медленно движущиеся цели, в частности неподвижные, то достаточно не включать в схему станции фильтры, соответствующие малым скоростям. (Практически работа такой схемы может быть затруднена из-за просачивания излучаемой энергии непосредственно в приемную антенну.)

Примечания. 1. Приведенная на рис. 3.1 схема представляет собой типичную схему радиовзрывателя с корреляционным приемом, который должен обнаруживать цель и фиксировать ее приближение на определенное расстояние. Если требуется обеспечивать непрерывное наблюдение в пределах всего диапазона дальности

стей, то достаточно, как уже было сказано, увеличить количество приемников, причем каждый из них должен соответствовать определенному значению τ_0 .

Но при этом остается невозможным разрешение двух целей, имеющих близкие по величине скорости и находящиеся одна от другой на расстоянии ближе 120 м, так как $\theta_{\min} = \frac{1}{1,2 \cdot 10^6} = 0,8$ мксек (см. формулу в конце § 2.5).

2. Зона неопределенности в этом случае представляет собой эллипс, оси которого совпадают с осями координат, а длины их равны $d=120$ м и $v_R=5$ м/сек.

3.2. КЛАССИЧЕСКАЯ ИМПУЛЬСНАЯ РАДИОЛОКАЦИОННАЯ СТАНЦИЯ. ПРИЕМ С ПОМОЩЬЮ СОГЛАСОВАННОГО ФИЛЬТРА

Классическая импульсная радиолокационная станция излучает с определенной частотой повторения F_R прямоугольные импульсы длительностью T_i , не модулированные по частоте (во всяком случае намеренно). Мощность в импульсе равна P_c . Средняя излучаемая мощность равна

$$P_m = P_c T_i F_R.$$

Величина $\frac{1}{T_i F_R}$ называется скважностью импульсов радиолокационной станции.

Численный пример. $P_c=20$ Мвт; $T_i=4$ мксек; $F_R=250$ гц. Тогда скважность равна 1000; $P_m=20$ квт.

Принципиальная схема такой станции приведена на рис. 3.2.

Энергия импульса генерируется передатчиком 1, излучается передающей антенной 4, а рассеиваемая целью энергия принимается приемной антенной. В качестве приемной антенны обычно используется передающая антенна станции. Это требует применения антенного переключателя 2, защищающего приемник от повреждения во время излучения импульса.

Принятый сигнал усиливается в предварительном малошумящем усилителе 5, за которым следует фильтр, устраняющий зеркальную частоту (см. § 3.1). После этого осуществляется преобразование частоты сигнала; спектр преобразованного сигнала располагается симметрично относительно промежуточной частоты (например, 30 МГц). Частота преобразуется с помощью гетеродина

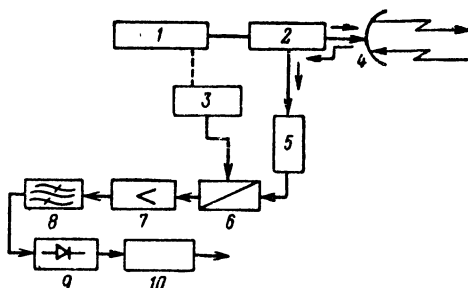


Рис. 3.2.

3, генерирующего колебания с частотой, отличающейся на 30 МГц от средней частоты колебания излучаемого сигнала (гетеродин имеет автоматическую или ручную регулировку частоты).

Сигнал на выходе преобразователя частоты 6 состоит из одного или нескольких прямоугольных импульсов, отраженных от цели. Сигнал сопровождается гауссовым шумом, имеющим очень широкий спектр, равный полосе пропускания фильтра предварительного усилителя 5.

Далее сигнал усиливается на промежуточной частоте 7 и проходит через фильтр 8 с полосой пропускания Δf (практически фильтр неотделим от усилителя промежуточной частоты). Можно сказать, что на выходе приемника получаются сигналы только той частоты, которая заключается в интервале $30 \text{ МГц} - \Delta f/2 \div 30 \text{ МГц} + \Delta f/2$. Таким образом, все происходит так, как если бы получался сигнал с шириной полезного спектра Δf .

В общем случае доплеровская частота, обусловленная скоростью цели, очень мала по сравнению с Δf и

$1/T_i$, поэтому ее можно не принимать во внимание по крайней мере на данной стадии рассмотрения.

Основная проблема состоит в том, чтобы определить, какой должна быть величина Δf .

Излучаемый сигнал имеет спектр, огибающая которого представлена на рис. 3.3. Здесь f_0 — центральная частота сигнала. Следовательно, принимаемый сигнал имеет спектр с такой же огибающей, но вместо частоты

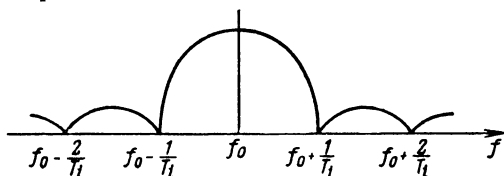


Рис. 3.3.

f_0 должна быть взята промежуточная частота (30 МГц в данном случае).

Если Δf очень велика по сравнению с $1/T_i$, то в спектре кроме основного лепестка будет много боковых, содержащих незначительную полезную энергию, в то время как мощность шума может быть большой. На выходе фильтра 8 получаются импульсы прямоугольной формы, замаскированные интенсивным шумом.

Если Δf очень мала по сравнению с $1/T_i$, то спектр полезного сигнала будет полностью разрушен. Сказанное выше можно понять, если рассмотреть, что происходит при прохождении прямоугольного импульса с единичной высотой длительностью T_i , сопровождаемого белым шумом, через RC -фильтр нижних частот с полосой пропускания (на уровне 3 дБ), равной $\Delta f/2$, т. е. через фильтр, для которого

$$RC = \frac{1}{\pi \Delta f}.$$

Прямоугольный импульс принимает форму, показанную на рис. 3.4, и максимальная амплитуда сигнала на выходе RC -фильтра будет равна

$$\sqrt{S} = 1 - e^{-T_i \pi \Delta f}.$$

Если предположить, что гауссов шум имеет спектральную плотность A , то мощность шума на выходе фильтра может быть выражена как

$$A \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\pi^2 \Delta f^2}} d\omega = A \pi \Delta f \frac{\pi}{2}$$

(поскольку передаточная функция фильтра равна $\frac{1}{1 + \frac{p}{\pi \Delta f}}$).

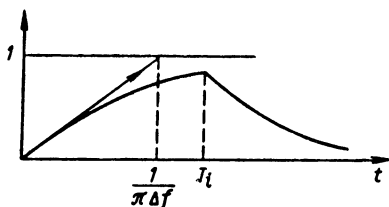


Рис. 3.4.

Отсюда вытекает, что шум на выходе фильтра имеет стандартное отклонение

$$\sqrt{N} = \pi \sqrt{A \frac{\Delta f}{2}}.$$

Следовательно, если $\Delta f T_i$ велико по сравнению с единицей, то амплитуда сигнала равна единице и стандартное отклонение шума очень велико.

Если, наоборот, $\Delta f T_i$ мало по сравнению с единицей, то амплитуда сигнала равна

$$T_i \pi \Delta f \approx 1 - e^{-T_i \pi \Delta f}$$

и стандартное отклонение шума $\pi \sqrt{A \frac{\Delta f}{2}}$ оказывается гораздо больше сигнала (так как Δf мала).

Когда Δf стремится к бесконечности (ширина полосы пропускания велика), отношение сигнал/шум

$$\frac{S}{N} = \frac{2}{\pi^2 A \Delta f}$$

стремится к нулю.

Когда Δf стремится к нулю (ширина полосы пропускания мала), отношение

$$\frac{S}{N} = 2 \frac{\pi^2 T_i^2 \Delta f^2}{\pi^2 A \Delta f} = 2 \frac{T_i^2}{A} \Delta f$$

также стремится к нулю.

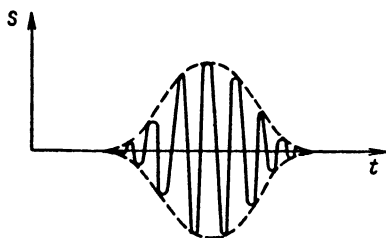


Рис. 3.5.

Существует оптимальная величина Δf , при которой отношение амплитуды сигнала к стандартному отклонению шума максимально.

Применяемые фильтры практически имеют лучшие качества, чем фильтр RC , поскольку их частотные характеристики спадают более круто. Для идеального полосового фильтра частот найдено, что оптимальная ширина полосы равна

$$\Delta f = \frac{1,2}{T_i}.$$

При этих условиях прямоугольный импульс, прошедший через фильтр, меняет форму, как показано на рис. 3.5.

Кривая на рис. 3.6 представляет изменения $\Phi^2(f)$ (квадрата преобразованной по Фурье функции сигнала) в зависимости от частоты f . Как видно, практически заметных потерь излучаемой энергии не будет, если использовать только часть спектра, заключенную в интервале частот $f_0 - \frac{0,6}{T_i}$ и $f_0 + \frac{0,6}{T_i}$.

Сигнал с выхода фильтра 8 поступает на детектор 9 и, наконец, на выходной каскад 10 (рис. 3.2).

Вычисления, проведенные для такой схемы, показывают, что для вероятности ложной тревоги, равной 10^{-3} , кривая вероятности обнаружения в функции от R будет близка к кривой идеального приемника, приведенной на рис. 2.5 (с точностью до 1 дБ для R).

Следовательно, формулы (3.1) и (3.2), выведенные для случая радиолокационной станции с корреляцион-

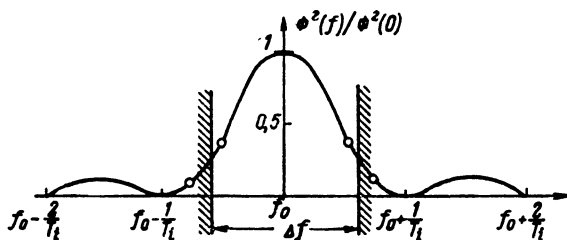


Рис. 3.6.

ным приемом, остаются справедливыми и для случая импульсной станции. В связи с этим представляет интерес сравнение формулы (3.1) с известным «уравнением радиолокации».

Это уравнение выводится следующим образом.

Плотность излучаемой мощности на дальности D равна

$$p = \frac{G_e P_c}{4\pi D^2}.$$

Мощность, рассеиваемая целью равномерно по всем направлениям, равна

$$\frac{G_e P_c \sigma_e}{4\pi D^2}.$$

Импульсная мощность принятого приемной антенной сигнала будет равна

$$\frac{G_e P_c \sigma_e}{4\pi D^2} \frac{S_R}{4\pi D^2} = \frac{G_R G_e P_c \sigma_e \lambda^2}{4\pi (4\pi D^2)^2}.$$

Если мощность шума приемника равна $kT_N\Delta f$, то отношение сигнал/шум можно записать в виде

$$\frac{S}{N} = \frac{G_R G_e P_c \sigma_e \lambda^2}{4\pi k T_N \Delta f (4\pi D^2)^2}.$$

Это и есть уравнение радиолокации. Если подставить вместо Δf величину $1,2/T_i$, то это уравнение примет следующий вид:

$$1,2 \frac{S}{N} = \frac{G_R G_e P_c T_i \sigma_e \lambda^2}{4\pi k T_N (4\pi D^2)^2} = \frac{S_R G_e \sigma_e (P_c T_i)}{k T_N (4\pi D^2)^2}.$$

Так как произведение $P_c T_i$ точно равно энергии E_e , излучаемой за время измерения T_i , то это уравнение соответствует уравнению (3.1) при условии замены S/N на R (с точностью до коэффициента 1,2). В частном случае классической импульсной радиолокационной станции R представляет собой общепринятое отношение мощностей сигнал/шум.

Следовательно, если от цели принимается только один импульс, то для обнаружения цели с эквивалентной отражающей поверхностью $\sigma_e = 1 \text{ м}^2$ при условиях, указанных в § 1.1, и при отсутствии помех излучаемая энергия в импульсе должна также равняться 20 дж.

Если требуется получить точность измерения дальности $\pm 15 \text{ м}$, то нужно по крайней мере (реальная радиолокационная станция не может быть лучше идеальной) взять $\Delta f \approx 1,2 \text{ Мгц}$, т. е. $T_i = 1 \text{ мксек}$ (практически нужно было бы взять более короткий импульс, например, порядка 0,2 мксек).

Излучаемая импульсная мощность должна быть по крайней мере порядка $\frac{20}{10^{-6}} = 20 \text{ Мвт}$, или даже порядка 100 Мвт (тогда как для радиолокационной станции с корреляционным приемом достаточно было бы 400 вт).

Если же цель имела бы передатчик помех, то при условиях, принятых в § 3.1.1, потребовалась бы мощность в импульсе минимум 10 000 Мвт (такую мощность нельзя создать).

Максимальная частота повторения импульсов выбирается из условия отсутствия неоднозначности в измерении дальности, так как в данном случае единствен-

ный метод измерения дальности цели состоит в измерении интервала времени от начала излучаемого импульса до характерной точки (например, до середины) принимаемого импульса.

Следовательно, для дальности $D=500$ км (3,3 мсек) максимальная величина F_R равна 300 гц. Если взять $T_i=0,2$ мсек и $F_R=300$ гц, то скважность будет порядка 20 000.

В проведенных выше рассуждениях не принимались во внимание поглощение волн в атмосфере, флуктуация цели, а также тот факт, что радиолокационная станция производит измерение не по одиночному импульсу, а по последовательности n импульсов.

Влияние этих факторов будет рассмотрено в гл. 4 и 5.

Важное примечание: прием сигналов при наличии согласованного фильтра.

Чрезвычайно важно точно уяснить, в чем заключается разница между приемником рассмотренного импульсного радиолокатора и идеальным приемником с коррелятором.

На выходе идеального приемника получается

$$C(t_0) = \frac{1}{b} \int_{T_i} S(t - t_0) y(t) dt.$$

(Предполагается, что $y(t)$ и $S(t)$ — видеосигналы, так как ранее было показано, что такое допущение обоснованно).

Напомним следующие математические соотношения: если преобразование Фурье функции $y(t)$ равно $Y(f)$, а преобразование Фурье функции $\Phi(f)$ равно $S(t)$ и длительность сигнала $S(t)$ равна T_i , то будет иметь место равенство:

$$\int_{T_i} y(t) S(t - t_0) dt = \int_{\Delta f} Y(f) \Phi(-f) e^{2\pi j f t_0} df. \quad (3.3)$$

Положив в этом соотношении $y(t) = S(t - t_{01})$, получим хорошо известное выражение

$$\int_{T_i} S(t - t_{01}) S(t - t_0) dt = \int \Phi(f) \Phi(-f) e^{j2\pi f(t_0 - t_{01})} df,$$

показывающее (с точностью до коэффициента), что *функция автокорреляции* $\rho(t_0 - t_{01})$ сигнала $S(t - t_{01})$ *представляет собой преобразование Фурье* от $\Phi(f) \cdot \Phi(-f) = |\Phi^2(f)|$ [так как $\Phi(f)$ сопряжена с $\Phi(-f)$].

При $y(t) = S(t - t_0)$ получится уже приведенное ранее равенство

$$\int_{T_i} S^2(t) dt = \int_{\Delta f} |\Phi^2(f)| df.$$

Однако, кроме того, получается еще следующий важный результат: *при прохождении сигнала* $y(t_0)$ *через фильтр, «согласованный с излучаемым сигналом», т. е. имеющий частотную характеристику* $\Phi(-f)$, *на выходе фильтра получается с точностью до постоянного коэффициента, сигнал* $C(t_0)$.

Этот фильтр характеризуется еще тем, что его выходной сигнал, получающийся при подаче на вход функции Дирака, равен $S(-t)$ (или, конечно, $S(t_{02} - t)$ при условии, что t_{02} известно) и имеет в качестве преобразования Фурье $\Phi(-f)$ выходной сигнал.

Иначе говоря, для получения идеального приема достаточно пропустить принятый сигнал $y(t)$ через «согласованный фильтр» с характеристикой $\Phi(-f)$ *.

Таким образом, в нашем распоряжении имеются два эквивалентных метода оптимального приема радиолокационных сигналов:

а) если излучаемый сигнал имеет заранее известный спектр $\Phi(f)$ (с точностью до сдвига частоты), то можно принимать сигнал с помощью согласованного фильтра, когда последний технически осуществим. Как будет показано ниже, это соответствует случаю классической импульсной радиолокационной станции и станции со сжатием импульсов;

б) если спектр излучаемого сигнала заранее неизвестен (например, при излучении шума) или если согласованный фильтр практически нельзя осуществить, то нужно применить для обработки принятого сигнала коррелятор, как указано в § 3.1.

Вернемся к классической импульсной станции. Она излучает сигнал $\sigma(t)$, причем

* Характеристика $\Phi(-f)$ такова, что $|\Phi(-f)| = |\Phi(f)|$, а фаза $\Phi(-f)$ равна фазе $\Phi(f)$ со знаком минус.

$$\sigma(t) = 0 \quad \text{при} \quad t < -\frac{T_i}{2} \quad \text{и} \quad t > \frac{T_i}{2},$$

$$\sigma(t) = 1 \quad \text{при} \quad -\frac{T_i}{2} < t < \frac{T_i}{2}.$$

Преобразование Фурье от $\sigma(t)$ хорошо известно:

$$\Phi(f) = \frac{\sin(\pi f T_i)}{\pi f T_i}.$$

Это значит, что $\Phi(f)$ — действительная функция, что $\Phi(f) = \Phi(-f)$ и что фаза $\Phi(f)$ равна нулю.

Описанный ранее (в § 3.2) приемник представлял бы собой согласованный фильтр, если заменить фильтр с прямоугольной полосой Δf , симметричной относительно частоты 30 МГц , фильтром, не изменяющим фаз принятого сигнала и имеющим характеристику, показанную на рис. 3.3 (так называемый «фильтр формы»).

Однако замена фильтра с прямоугольной характеристикой «фильтром формы» почти не влияет на работу приемника, если последний не изменяет фаз принятого сигнала (по крайней мере в полосе полезных частот), что практически и выполняется. Поэтому от применения «фильтра формы» отказались (даваемое им увеличение дальности действия не превышает 5%).

Примечание. Вероятность ложной тревоги, равная 10^{-3} , означает, что в среднем получится $10^{-3} T_R \Delta f$ «ложных отметок» за период повторения.* В рассмот-

* Этот результат можно получить из следующих соображений:

— максимальная дальность радиолокатора, при которой еще получается однозначное измерение дальности, равна

$$D_{\text{макс}} = \frac{T_R c}{2},$$

(где c — скорость света);

— разрешающая способность по дальности в свою очередь равна

$$\Delta = \frac{c}{2\Delta f}.$$

Таким образом, отношение

$$\frac{D_{\text{макс}}}{\Delta} = T_R \Delta f$$

оказывается равным числу «ячеек» разрешения на полной дальности радиолокатора. Так как в каждой такой ячейке возможно с вероятностью 10^{-3} получить «ложную отметку», то общее число ложных отметок будет $10^{-3} T_R \Delta f$. (Прим. ред.)

ренном примере будет 3 таких отметки за период повторения. Этот вопрос рассматривается подробнее в гл. 5.

3.3. РАДИОЛОКАЦИОННАЯ СТАНЦИЯ СО СЖАТИЕМ ИМПУЛЬСОВ

Передатчик классической радиолокационной станции, схема которой приведена на рис. 3.2, не был описан. Практически применяются передатчики двух типов:

— магнетронный передатчик с генераторной лампой, которая возбуждается только в течение длительности импульса T_i (под действием импульсов, поступающих от модулятора);

— передатчик с усилителем мощности, содержащий несколько ламп в отдельных, соединенных между собой каскадах.

На рис. 3.7 дана схема передатчика последнего типа (заменяющего передатчик 1 на схеме рис. 3.2). На этой схеме каскад 11 генерирует импульсы прямоугольной формы длительностью T_i с частотой повторения F_R и несущей частотой 30 Мгц. В преобразователе 13 спектр сигнала, получаемого на выходе фильтра 12 с частотой 30 Мгц, преобразуется в частоту f_0 передатчика при по-

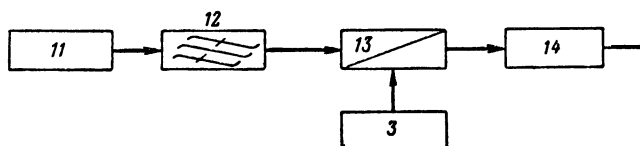


Рис. 3.7.

мощи колебаний гетеродина 3. Блок 14 состоит из нескольких усилительных каскадов, каждый из которых повышает уровень мощности предыдущего каскада. (Цепочка таких каскадов может состоять, например, из каскада на лампе бегущей волны с мощностью в импульсе 10 вт, клистронного усилителя, дающего мощность в импульсе 30 квт, оконечного клистронного усилителя с выходной мощностью в импульсе 30 Мвт.)

Так как при приеме энергия, излучаемая на частотах вне интервала $f_0 - \frac{0,6}{T_i}$, $f_0 + \frac{0,6}{T_i}$ совсем не используется,

то не имеет смысла ее излучать. Поэтому работа передатчика не нарушается, если включить между каскадами 11 и 13 фильтр 12 (аналогичный фильтру, используемому при приеме), не изменяющий амплитуды и фазы спектральных составляющих в полосе частот $30 \text{ МГц} - \frac{0,6}{T_i} \div 30 \text{ МГц} + \frac{0,6}{T_i}$ и подавляющий все остальные составляющие.

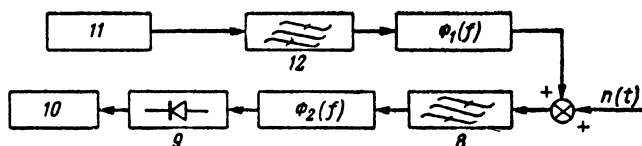


Рис. 3.8.

Но если между каскадами 12 и 13 включить еще фазовый фильтр с характеристикой $\Phi_1(f)$, для которой $|\Phi_1(f)|=1$ и $\angle \Phi(f) \neq 0$ (фильтр, изменяющий только фазу спектра проходящего через него сигнала), а также между 8 и 9 (рис. 3.2) поместить «дополнительный» фильтр с характеристикой $\Phi_2(f)$, причем

$$\text{фаза } \Phi_2(f) = -\text{фаза } \Phi_1(f)$$

то, как было показано ранее, радиолокационный приемник будет обладать свойствами согласованного фильтра*.

Иначе говоря, точность, разрешающая способность, дальность действия и т. д. радиолокатора останутся такими же, как если бы фильтры $\Phi_1(f)$ и $\Phi_2(f)$ не были включены.

Практически все происходит так, как если бы имела упрощенная цепочка, показанная на рис. 3.8.

Выходной сигнал каскада 11 представляет собой импульс прямоугольной формы с несущей частотой 30 МГц и длительностью T_i . На выходе фильтра 12 получается импульс на частоте 30 МГц с длительностью, близкой к T_i , имеющий форму, показанную на рис. 3.5. На выходе

* Амплитуда (модуль) составляющих излучаемого спектра не изменяется.

фильтра $\Phi_1(f)$ получается импульс, спектр частот которого сохраняет ширину $1,2/T_i$, но модулирован по фазе (или по частоте). Сигнал на выходе фильтра 8 состоит из выходного сигнала фильтра $\Phi_1(f)$, к которому добавляется гауссов шум с равномерным спектром шириной $1,2/T_i$. На выходе фильтра $\Phi_1(f)$ получается импульс такой же формы, как на выходе фильтра 12 (но уже не модулированный по частоте). Это, строго го-

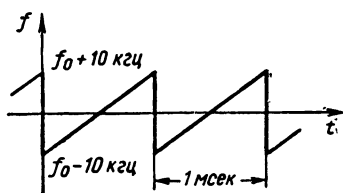


Рис. 3.9.1.

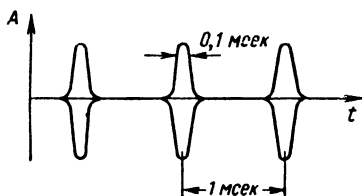


Рис. 3.9.2.

воря, тот импульс, который получился бы, если фильтров $\Phi_1(f)$ и $\Phi_2(f)$ не было бы в схеме.

По сравнению с классической радиолокационной станцией существует единственное отличие, состоящее в том, что сигнал на выходе фильтра $\Phi_1(f)$ может иметь длительность T_e , значительно большую, чем T_i , так как он модулирован по фазе. Поэтому излучаемый сигнал будет большей длительности, чем T_i . Отношение T_e/T_i называется коэффициентом сжатия импульсов.

Для лучшего уяснения принципа действия радиолокационной станции со сжатием импульсов полезны будут следующие соображения.

А. Рассмотрим, например, и сравним между собой:

— спектр непрерывных колебаний, модулированных по частоте по закону пилообразной кривой, причем центральная частота равна f_0 , частота модуляции 1 кГц и девиация частоты 20 кГц (рис. 3.9.1);

— спектр последовательности импульсов квазигауссовой формы с частотой f_0 , длительностью 100 мксек и периодом повторения 1 мсек (рис. 3.9.2).

Спектр колебаний (рис. 3.9.1) представлен на рис. 3.9.3. Он состоит из спектральных линий, разделенных интервалом 1 кГц, огибающая которых представляет собой прямоугольник шириной 20 кГц, симметричный относительно частоты f_0 .

Однако, учитывая небольшую точность 3.9.3, можно также сказать, что и спектр последовательности импульсов (рис. 3.9.2) имеет такой же вид: спектральные линии с интервалами 1 кГц между ними располагаются симметрично относительно частоты f_0 и занимают полосу частот шириной 20 кГц. Единственная разница между спектрами частотно-модулированных непрерывных колебаний и последовательности импульсов состо-

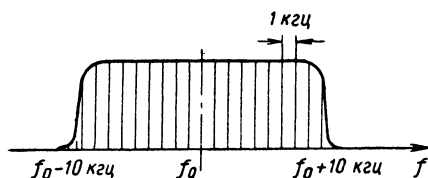


Рис. 3.9.3.

ит в том, что фазы спектральных линий будут неодинаковыми.

Следовательно, если пропустить последовательность импульсов, представленную на рис. 3.9.2, через фильтр, не изменяющий амплитуд спектральных составляющих, но изменяющий их фазы по специально подобранному закону, то можно перейти от последовательности импульсов длительностью 0,1 мсек к непрерывным колебаниям и наоборот; «дополнительный» фильтр будет преобразовывать непрерывные колебания в последовательности импульсов длительностью 0,1 мсек.

Б. Рассмотрим длинный импульс длительностью T_e , в пределах которой его частота изменяется по линейному закону. Например, импульс длительностью 1 мсек с линейным изменением частоты от $f_0 - 10 \text{ кГц}$ в начале импульса до $f_0 + 10 \text{ кГц}$ в конце его. Пропустим этот импульс через дисперсионную линию задержки, в которой составляющая с частотой $f_0 + 10 \text{ кГц}$ задерживается на время t_{02} , а составляющая с частотой $f_0 - 10 \text{ кГц}$ — на время $t_{02} + 1 \text{ мсек}$.

В общем случае можно считать, что составляющая с частотой $f_0 - 10 + 20n$ [кГц] получает в линии задержки $t_{02} + n$ [мсек].

На выходе линии задержки конец импульса будет наблюдаться с задержкой, меньшей на 1 мсек, чем его начало, т. е. конец импульса как бы «догонит» начало,

и на выходе линии получится короткий импульс. Такая линия задержки может выполнять роль фильтра $\Phi_2(f)$.

Предположим далее, что имеются два дополнительных фильтра $\Phi_1(f)$ и $\Phi_2(f)$ [или какое-нибудь устройство, дающее такой же выходной сигнал, как $\Phi_1(f)$], и что в результате передатчик излучает импульсы длительностью T_e , значительно большей, чем длительность T_i импульсов, излучаемых классической радиолокационной станцией. Однако энергия E_0 и ширина спектра длинного импульса останется такой же, как у импульса длительностью T_i .

Следовательно, импульсная мощность станции со сжатием импульсов по сравнению с мощностью классической импульсной станции уменьшается в отношении T_i/T_e , значительно меньшем единицы, и отношение сигнал/шум* на входе приемника будет также соответственно меньше (умноженное на отношение T_i/T_e).

Если длинный импульс сжимается в фильтре $\Phi_2(f)$, то амплитуда полезного сигнала возрастает в $\sqrt{T_e/T_i}$ раз, а мощность — в T_e/T_i раз. Шум, попадающий в фильтр $\Phi_2(f)$, имеет произвольные фазы. Хотя фазы изменяются в фильтре по известному закону, но они все же остаются произвольными, так как сумма случайной и известной величин является случайной величиной. Следовательно, мощность шума на выходе фильтра $\Phi_2(f)$ равна мощности на его входе (шум не сжимается).

В результате на выходе фильтра $\Phi_2(f)$ отношение сигнал/шум возрастает по сравнению с этим отношением на входе в T_e/T_i раз. Таким образом, при сжатии импульсов получается компенсация ухудшения отношения сигнал/шум, получившегося при передаче**.

* Речь идет об отношении мощности сигнала к мощности шума. (Прим. ред.)

** Преобразование сигнала, не модулированного по частоте, в сигнал с линейной частотной модуляцией можно осуществить без изменения амплитуд спектральных составляющих путем добавления к их фазам (равным нулю) дополнительной фазы вида $-kf^2$. Устранение частотной модуляции при приеме с помощью линии задержки, дающей задержку, возрастающую с частотой по закону $(B - kf)/2\pi$, равносильно включению фазового фильтра, добавляющего к фазам принимаемого сигнала дополнительную фазу вида $-Bf + kf^2$. Член $-Bf$ вызывает только задержку сигнала, а член kf^2 дает полезный результат. Поэтому данный фильтр согласован с принимаемым сигналом.

Вернемся к расчетам радиолокаторов, проведенным в § 3.1 и 3.2.

Как было показано, классическая радиолокационная станция при отсутствии передатчика помех на цели должна излучать импульсы длительностью 1 мксек и мощностью 5 Мвт. Если использовать коэффициент сжатия импульсов, равный 100, то можно получить такие же результаты для радиолокационной станции (при той же средней мощности), излучающей импульсы длительностью 100 мксек со спектром частот 1,2 Мгц и мощностью 50 квт в импульсе. Если цель имеет передатчик помех, то достаточно импульсная мощность станции 100 Мвт (вместо 10 000 Мвт).

Примечание. Можно найти, что для простой радиолокационной станции со сжатием импульсов зона неопределенности имеет форму, представленную на рис. 2.9,г.

Предположим, что все происходит так, как если бы фильтр $\Phi_1(f)$ преобразовывал сигнал длительностью $T_i = 1$ мксек в сигнал длительностью $T_e = 1$ мсек $= 1000T_i$,

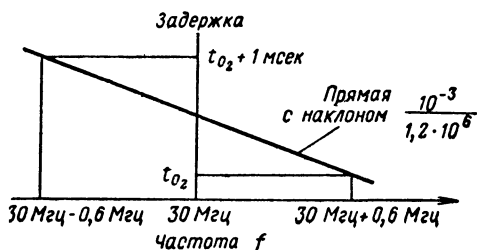


Рис. 3.10.

модулированный по частоте по линейному закону и имеющий спектр шириной 1,2 Мгц. Это означает, что за время длительности импульса T_e частота излучаемого сигнала линейно возрастает от $f_0 - 0,6 \text{ Мгц}$ до $f_0 + 0,6 \text{ Мгц}$.

Согласно пункту Б этого раздела фильтр $\Phi_2(f)$ представляет собой линию задержки с временем задержки, изменяющимся в зависимости от частоты, как показано на рис. 3.10.

Если цель имеет нулевую радиальную скорость, то спектр принятого сигнала будет занимать полосу частот от $f_0 - 0,6 \text{ Мгц}$ до $f_0 + 0,6 \text{ Мгц}$. Сигнал будет задер-

живаться в фильтре $\Phi_2(f)$ на известное время t_{02} (сжатый сигнал поступает спустя t_{02} после конца принятого сигнала).

Если же цель имеет очень большую радиальную скорость v_R , соответствующую положительной доплеровской частоте f_D (например, при $v_R=10\,000$ м/сек и $\lambda=2$ м частота $f_D=10$ КГц, причем цель направлена на радиолокационную станцию), то сигнал, поступающий на вход фильтра $\Phi_2(f)$ будет иметь спектр частот, заключенный между $f_0+f_D-0,6$ МГц и $f_0+f_D+0,6$ МГц.

Время задержки сигнала в фильтре $\Phi_2(f)$ уже будет не t_{02} , а

$$t_{02} + \frac{10^{-3}}{1,2 \cdot 10^6} f_D.$$

Для выбранного примера время задержки окажется равным

$$t_{02} + 8,3 \text{ мксек.}$$

Таким образом, станция не сможет разделить цель, находящуюся на дальности d_2 и имеющую нулевую радиальную скорость, от цели, находящейся на дальности $d_1=d_2-1\,250$ м и имеющей радиальную скорость $10\,000$ м/сек (1250 м =

$$= C/2 \cdot 8,3 \cdot 10^{-6}.$$

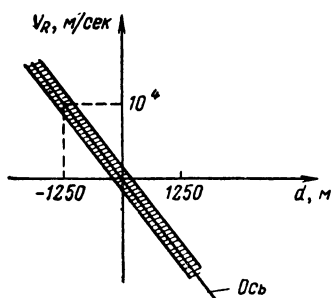


Рис. 3.11.

Поэтому нетрудно сделать вывод, что зона неопределенности будет иметь в качестве «оси» наклонную прямую, представленную на рис. 3.11.

В. Рассмотрим сигнал, немодулированный по частоте, с квазипрямоугольным спектром шириной Δf и сред-

ней частотой f_0 . Сигнал имеет длительность T_i порядка $1/\Delta f$, а фазы всех спектральных составляющих равны нулю.

Разделим спектр частот излучаемого сигнала на пять равных частей при помощи фильтров с полосой пропускания $\Delta f/5$ и средними частотами

$$f_0 - \frac{4\Delta f}{10}, f_0 - \frac{2\Delta f}{10}, f_0, f_0 + \frac{2\Delta f}{10}, f_0 + \frac{4\Delta f}{10}.$$

На выходе этих фильтров получатся одновременно пять сигналов со спектрами частот шириной $\Delta f/5$ и с нулевыми фазами спектральных составляющих. Длительность каждого из этих пяти сигналов равна (приблизительно) $5/\Delta f$, т. е. $5T_i$.

Если задержать первую составляющую (с частотой $f - \frac{4\Delta f}{10}$) на $20T_i$, вторую — на $15T_i$, третью — на $10T_i$, четвертую — на $5T_i$, то при суммировании пяти сигналов получится сигнал длительностью $25T_i$, который в дальнейшем излучается.

Принятый сигнал достаточно пропустить через аналогичные фильтры, задерживающие сигнал с частотой $f_0 + \frac{4\Delta f}{10}$ на $20T_i$, сигнал с частотой $f_0 + \frac{2\Delta f}{10}$ на $15T_i$ и т. д., и суммировать пять полученных таким образом сигналов для сжатия принятого сигнала в 25 раз [8].

3.4. ДОППЛЕРОВСКАЯ РАДИОЛОКАЦИОННАЯ СТАНЦИЯ

Предположим, что нас интересует не положение цели, а ее скорость. В этом случае можно ограничиться излучением незатухающих немодулированных колебаний мощностью P_e .

Величина R при приеме зависит теперь только от длительности T измерения. Эта длительность ограничивается временем прохождения цели в луче радиолокационной станции и временем, в течение которого радиальная скорость цели остается постоянной с точностью до определенной величины.

Если принять, что радиальная скорость остается постоянной за время T_p ее нахождения в луче станции, то дальность действия радиолокационной станции будет ограничиваться только этим временем T_p .

Примем, что излучаемая мощность станции равна 100 вт и что станция имеет такие же характеристики, как и станция с корреляционным приемом, рассмотренная в § 3.1 (усиление антенны, длина волны, эквивалентная поверхность цели, шумовая температура).

Предположим, что цель находится в луче радиолокационной станции в течение 1 сек ($T_p = T = 1$ сек). При этих условиях дальность действия станции, при отсутствии помех, будет равна

$$500 \text{ км} \left(\frac{1}{0,05} \right)^{1/4} \approx 1000 \text{ км}$$

и значение $R=20$ сохранится для этой дальности.

Возможная точность измерения радиальной скорости цели определится по формуле (2.21). Для предельной дальности она равна

$$\frac{2\sqrt{3}}{2\pi\sqrt{20}} = 0,15 \text{ м/сек.}$$

Однако, если в луче радиолокационной станции находятся одновременно две цели, то они могут наблюдаться раздельно и их радиальные скорости могут быть измерены только тогда, когда эти скорости отличаются более чем на $1/T=1$ гц, т. е. более чем на 1 м/сек.

Принцип действия доплеровской станции очень простой: образуют биения принятого и излученного сигналов и измеряют частоту биений или при помощи счетчика (если имеется только одна цель), или посредством пропускания биений через определенное количество узкополосных фильтров, настроенных на различные доплеровские частоты (если наблюдается большое число целей). В последнем случае скорость цели определяется по частоте фильтра, на выходе которого получается более сильный сигнал.

ШУМ И ФУНКЦИЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ

А.О. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ. ХАРАКТЕРИСТИКИ ШУМА

Шум представляет собой случайный процесс, сопровождающий, как правило, полезную информацию и искажающий ее.

Обычно когда говорят о случайном событии, упускают из виду то, что оно строго подчиняется «случайным законам», как, например, цифры, выпадающие при игре в рулетку, и считают, что это событие характеризуется только тем, что его заранее нельзя точно предвидеть.

Рассмотрим в качестве примера расстояние D , отделяющее человека от его дома.

1. Если в данный момент времени рассмотреть вероятность того, что D находится между 10 000 и 10 001 км, то эта вероятность будет очень малой по сравнению с вероятностью нахождения D между 0 и 1 км, а вероятность нахождения D между 50 000 и 50 001 км будет, вообще, настолько малой, что ее следует считать равной нулю.

2. Если известно, что в момент $t=0$ расстояние $D=15$ км, то в момент $t=1$ сек величина D с большей вероятностью будет заключаться между 14,9 и 15,1 км, чем между 15,5 и 15,6 км (особенно, если человек не находится в летящем реактивном самолете). Вероятность же того, что в момент $t=1$ сек расстояние D будет заключаться между 30 и 30,1 км практически равна нулю.

3. Наконец, число раз в году, когда D равно нулю (с точностью до 20 м), постоянно или почти постоянно.

Как видно из этих примеров, изменение D в функции от времени, является случайным событием (нельзя за-

ранее, на большое время вперед, предсказать, какая будет величина D). Однако это случайное событие управляется статистическими законами, *определяющими амплитуду D и характер ее изменения*. В рассматриваемом случае эти законы зависят от способности человека, его возраста и характера. На достаточно малый интервал времени (например, один год) эти законы можно определить с неплохой точностью.

Таким же образом шум *обычно* определяется двумя различными независимыми характеристиками: распределением амплитуд и спектральным распределением (или функцией автокорреляции).

А.0.1 Распределение амплитуд шума. Распределение амплитуды шума, или, иначе говоря, вероятность того, что в данный момент времени $D(t)$ заключается между D и $D+dD$, можно записать в виде

$$p(D) dD,$$

где $p(D)$ — плотность вероятности.

Распределение амплитуд представляется кривой $p(D)$ в функции от D . Чаще всего эта зависимость является *гауссовой* (или лапласовой). Для характеристики такого распределения амплитуд достаточно знать: среднее значение

$$D_m = \int_{-\infty}^{\infty} D p(D) dD$$

и стандартное отклонение

$$\sqrt{\overline{(D - D_m)^2}} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (D - D_m)^2 p(D) dD}.$$

Между прочим, часто $D_m = 0$ и стандартное отклонение совпадает со средним квадратическим значением $\sqrt{\overline{D^2}}$ *.

А.0.2. Функция автокорреляции или спектральное распределение шума. Функция автокорреляции случайной

* В некоторых случаях распределение может быть релеевским или даже более сложным (см. гл. 4).

переменной $X(t)$ определяется как предел выражения

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X(t) X(t-\tau) dt = \rho(\tau)$$

при $T \rightarrow \infty$.

Это есть среднее значение произведения функции $X(t)$ на эту же функцию, но задержанную на время τ .

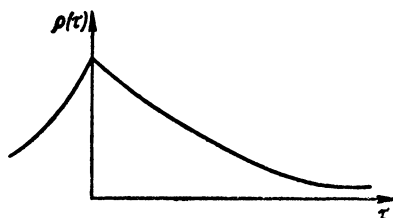


Рис. А.0.1.

Функция $\rho(\tau)$ наиболее полно характеризует поведение случайной величины, когда среднее значение ее равно нулю.

В этом случае, когда τ велико, переменные $X(t)$ и $X(t-\tau)$ сильно отличаются одна от другой, произведение $X(t)X(t-\tau)$ имеет любой знак и его среднее значение равно нулю, т. е.

$$\rho(\tau) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \tau \rightarrow +\infty.$$

Но если τ мало, то $X(t)$ и $X(t-\tau)$ близки одна к другой и произведение $X(t)X(t-\tau)$ чаще бывает положительным, чем отрицательным. Поэтому значение произведения оказывается положительным.

Таким образом, функция $\rho(\tau)$ положительна при малых τ и стремится к нулю при больших τ (рис. А.0.1). Быстрота приближения $\rho(\tau)$ к нулю характеризует корреляцию шума. Так, если $\rho(\tau) \approx 0$ при $\tau = 1$ сек, то из этого следует, что значения шума при $t = t_0$ и $t = t_0 + 1$ очень сильно отличаются. Это значит, что к концу 1 сек шум оказы-

вается декоррелированным. Но если $\rho(\tau) \approx \rho(0)$ при $\tau = 1$ сек, то это значит, что шум мало изменился за 1 сек, т. е. к концу 1 сек шум еще коррелирован.

Примечание. Если шум представляет собой синусоидальное колебание с медленно изменяющимися амплитудой и фазой, то его функция автокорреляции не всегда положительна. Очевидно, что произведение $X(t) X\left(t + \frac{T}{2}\right)$ будет чаще отрицательным, чем положительным, если T — средний период колебания (рис. А.0.2).

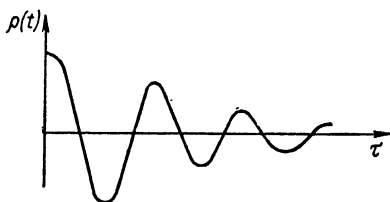


Рис. А.0.2.

Можно выразить эти свойства в другом виде. Рассмотрим $X(t)$ при $-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$. Это некоторая функция, имеющая преобразование Фурье:

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_T(\omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

Кривая $A^2(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |A_T(\omega)|^2$ в функции от ω характеризует определенные свойства шума. Так как

$$A_T(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} X(t) e^{-j\omega t} dt,$$

то $A^2(\omega)$ представляет собой спектральную плотность шума при круговой частоте ω . *Достаточно знать*

или $\rho(\tau)$, или $A^2(\omega)$, так как они связаны между собой преобразованием Фурье*.

Поэтому, если $A^2(\omega)$ занимает полосу частот шириной Δf , то $\rho(\tau)$ близка к нулю при $|\tau| > 1/\Delta f$.

Известно также соотношение

$$\int_{-\infty}^{\infty} A_T^2(\omega) d\omega = \int_{-T/2}^{T/2} X^2(t) dt,$$

из которого непосредственно следует

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} A_T^2(\omega) d\omega = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X^2(t) dt$$

и

$$\int_{-\infty}^{\infty} A^2(\omega) d\omega = \rho(0).$$

Это можно выразить еще так:

— средняя мощность $X(t)$ равна функции автокорреляции при $\tau=0$;

— если $X(t)$ имеет гауссово распределение амплитуды, то стандартное отклонение $X(t)$ равно $\sqrt{\rho(0)}$.

Возможность использования термина «средняя мощность» следует из того, что если $X(t)$ представляет собой электрическое напряжение, приложенное к сопротивлению, то средняя мощность, расходуемая на сопротивлении, пропорциональна среднему значению $X^2(t)$.

* $A^2(\omega)$ с точностью до постоянного коэффициента является преобразованием Фурье от $\rho(\tau)$ и наоборот. Функция автокорреляции $\rho(\tau)$ — четная и $A^2(\omega)$ — также четная. Для нахождения $A^2(\omega)$ по $\rho(\tau)$ можно просто взять удвоенную вещественную часть от $F(j\omega)$; здесь $F(p)$ — преобразование Лапласа от $\rho(\tau)$ и $u(\tau)$, где $u(\tau)$ — единственный скачок преобразования Лапласа $1/p$. Аналогичное вычисление позволяет найти $\rho(\tau)$ по $A^2(\omega)$ и $u(\omega)$ (см. § А.2). Например, если $\rho(\tau) = 1 - \sqrt{1 - \tau^2}$ при $\tau^2 < 1$ и равно 0 при $\tau^2 > 1$, то

$$F(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2} (1 - e^{-p})$$

и

$$A^2(\omega) = \frac{2(1 - \cos \omega)}{\omega^2}.$$

А.0.3. Прохождение шума через линейный фильтр с передаточной функцией $F(p)$ *. Каждое синусоидальное колебание $A_T(\omega) e^{j\omega t}$ после прохождения через фильтр превращается в

$$A_T(\omega) e^{j\omega t} F(j\omega).$$

Следовательно, спектральное распределение шума после прохождения через фильтр выразится формулой

$$A^2(\omega) |F(j\omega)|^2.$$

Пример 1. Имеется гауссово шумовое напряжение, его среднее значение равно нулю, а стандартное отклонение равно 1 в. Спектр напряжения имеет следующие характеристики:

$$A_1^2(\omega) = \text{const} \quad \text{при } \omega < 100 \text{ рад/сек},$$

$$A_1^2(\omega) = 0 \quad \text{при } \omega > 100 \text{ рад/сек}.$$

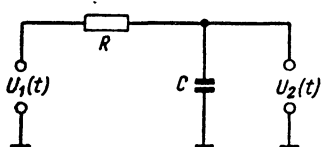


Рис. А.0.3.

Напряжение подается на вход RC -фильтра (рис. А.0.3) с постоянной времени $RC=1$ сек. Каково будет стандартное отклонение шума на выходе фильтра?

$$\frac{U_2}{U_1}(p) = \frac{1}{1+RCp} = \frac{1}{1+p} = F(p),$$

$$F(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega}, \quad |F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}},$$

$$\int_0^{100} A_1^2(\omega) d\omega = \overline{U_1^2(t)} = 1, \quad A_1^2(\omega) = 10^{-2} \quad \text{при } \omega < 100 \text{ рад/сек}.$$

Следовательно,

$$A_2^2(\omega) = \frac{10^{-2}}{1+\omega^2} \quad \text{при } \omega < 100 \text{ рад/сек},$$

$$A_2^2(\omega) = 0 \quad \text{при } \omega > 100 \text{ рад/сек}$$

* p — оператор Лапласа.

и

$$\overline{U_2^2(t)} = \int_0^{100} \frac{10^{-2}}{1+\omega^2} d\omega = 10^{-2} [\operatorname{arctg} 100] \approx \frac{10^{-2}\pi}{2} \approx 1,5 \cdot 10^{-2},$$

$$\sqrt{\overline{U_2^2(t)}} \approx 0,12 \text{ в.}$$

Стандартное отклонение шума на выходе фильтра равно 0,12 в.

Пример 2. Требуется измерить вертикальную скорость летательного аппарата. Для этого можно:

— или измерить и затем продифференцировать его расстояние X до земли;

— или измерить и затем проинтегрировать его ускорение $\frac{d^2X}{dt^2}$. Для получения лучшего результата предполагается использовать оба метода.

Фактически измеряется не величина X , а X в сопровождении белого шума со спектральной плотностью b_1 . Аналогично при измерении ускорения измеряется не d^2X/dt^2 , а d^2X/dt^2 плюс белый шум со спектральной плотностью b_2 .

Дифференцирование измеренной величины X значительно увеличивает количество высокочастотных составляющих сопровождающего шума, что приводит к необходимости применять фильтр нижних частот, задерживающий спектральные составляющие с частотами выше ω_0 . Интегрирование измеренной величины d^2X/dt^2 значительно увеличивает количество низкочастотных составляющих сопровождающего шума, что приводит к необходимости применять фильтр верхних частот, задерживающий спектральные составляющие с частотами ниже ω_0 (рис. А.0.4). Задача состоит в определении ω_0 , дающей нам лучший результат измерения.

Мощность шума на выходе цепочки 1 равна

$$\int_0^{\omega_0} |j\omega|^2 b_1 d\omega = b_1 \frac{\omega_0^3}{3}.$$

Мощность шума на выходе цепочки 2 равна

$$\int_{\omega_0}^{+\infty} \frac{b_2}{|j\omega|^2} d\omega = \frac{b_2}{\omega_0}.$$

Суммарная мощность шума в элементе 3 будет

$$b_1 \frac{\omega_0^3}{3} + \frac{b_2}{\omega_0}.$$

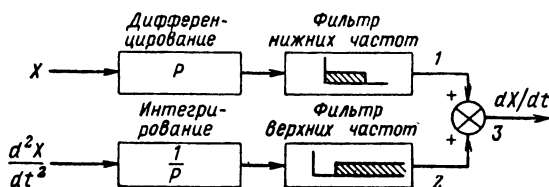


Рис. А.0.4.

Необходимо минимизировать эту величину, что получается при

$$\omega_0^4 = \frac{b_2}{b_1}.$$

А.1. УПРОЩЕННОЕ РАССМОТРЕНИЕ РАЗЛИЧИЯ МЕЖДУ ПОЛНОЙ И НЕПОЛНОЙ КОРРЕЛЯЦИЯМИ СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА

А.1.1. Общие положения. Ниже рассматривается случайный сигнал, выражаемый временной функцией $X(t)$ и характеризующийся гауссовым распределением амплитуды и спектральным распределением (рис. А.1.1).

Как известно (классический результат), среднее значение квадрата $X(t)$, называемое мощностью сигнала, равно

$$\overline{X^2(t)} = aB.$$

Известно также, что если определить автокорреляцию путем умножения функции $X(t)$ на самое себя и последующего усреднения произведения за бесконечное

время (например, посредством пропускания $X^2(t)$ через фильтр нижних частот с бесконечно узкой полосой), то получится постоянный сигнал, равный aB .

Но, понятно, произвести усреднение за бесконечное время практически невозможно, так как пришлось бы бесконечно долго ждать результата. Поэтому в следующих параграфах в возможно простой, но почти строгой

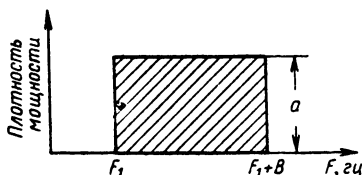


Рис. А.1.1.

форме, показывается влияние усреднения за конечное время (фильтр нижних частот с конечной полосой B_1).

А.1.2. Автокорреляция случайного сигнала, несопроводяемого паразитным шумом. Сигнал $X^2(t)$, полученный умножением функции $X(t)$ на самое себя, можно представить состоящим из постоянного члена $\overline{X^2(t)} = aB$ с мощностью a^2B^2 и случайного члена, занимающего некоторый спектр и имеющего некоторую мощность.

Важно установить по возможности более простым путем спектральные свойства этого случайного члена.

Для этого можно разложить спектр $X(t)$ на большое число n вертикальных соприкасающихся полос частот шириной $\Delta F = B/n$. Это позволяет сказать, что $X(t)$ можно рассматривать как сумму m синусоидальных сигналов, каждый из которых имеет мощность $a\Delta F$.

Пусть

$$X(t) = \sum_0^m \sqrt{2a\Delta F} \cos(2\pi F_i t + \varphi_i)^*,$$

где F_i — центральная частота i -й вертикальной полосы.

Тогда $[X_1(t)]^2$ можно разложить (по формуле бинома) на

* В этой записи предполагается, что распределение амплитуды $X(t)$ гауссово (центральная предельная теорема).

m членов с амплитудой $a\Delta F$ и нулевой частотой,
 $m-1$ членов с амплитудой $a\Delta F$ и частотой ΔF ,
 $m-2$ членов с амплитудой $a\Delta F$ и частотой $2\Delta F$,

$m-(m-1)=1$ член с амплитудой $a\Delta F$ и частотой, $(m-1)\Delta F$ (и члены с частотами, близкими к $2F_1$, которые отфильтровываются тем или иным способом).

Суммарная мощность спектра на низких частотах равна половине дисперсии $(X^2 - aB)$ (вторая половина приходится на составляющие с частотами, близкими к $2F_1$), т. е

$$0,5 [\bar{X}^4 - 2aB\bar{X}^2 + a^2B^2] = \\ = 0,5 [3a^2B^2 - 2a^2B^2 + a^2B^2] = a^2B^2,$$

так как момент четвертого порядка от X равен утроенному квадрату его дисперсии (свойство гауссовой переменной).

Примечание редактора. Известно, что момент второго порядка от гауссовой переменной, со средним значением, равным нулю и дисперсией σ^2 , равен

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = \sigma^2.$$

Полагая под знаком интеграла $x^2 dx = du$, $e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} = u$ и интегрируя по частям, получим

$$\sigma^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \left\{ \frac{1}{3} x^3 e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \frac{1}{3\sigma^2} \int_{-\infty}^{+\infty} x^4 e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \right\}.$$

Так как первый член в фигурных скобках при подстановке пределов исчезает, то

$$3\sigma^4 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^4 e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx.$$

Но правая часть выражения равна по определению моменту четвертого порядка, откуда

$$\bar{x}^4 = 3\sigma^4 = 3(\bar{x}^2)^2.$$

Следовательно, спектр имеет форму, показанную на рис. А.1.2.*

Если сигнал $X^2(t)$ проходит через фильтр нижних частот с полосой $B_1[гц]$, то:

— полезный член не изменяется, его мощность остается равной a^2B^2 ;

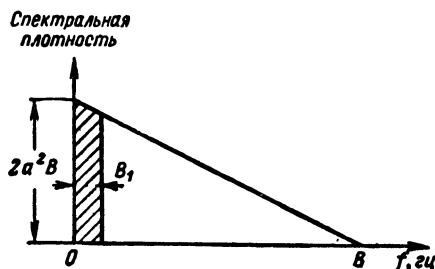


Рис. А.1.2.

— паразитный шум будет иметь мощность N_1 , измеряемую заштрихованной площадью на рис. А.1.2, т. е. $2a^2BB_1$.

На выходе фильтра получится непрерывный сигнал с амплитудой aB , сопровождаемый шумом. Отношение сигнал/шум можно записать в виде

$$\frac{S_1}{N_1} = \frac{a^2B^2}{2a^2BB_1} = \frac{1}{2} \frac{B}{B_1}.$$

Так как прохождение сигнала через фильтр нижних частот с полосой B_1 соответствует приближенно усреднению за время $T=1/B_1$, то можно сказать, что отноше-

* Действительно, из приведенного спектрального разложения $[X(t)]^2$ вытекает, что огибающая спектра имеет форму треугольника. Площадь этого треугольника равна суммарной мощности спектра a^2B^2 .

Обозначая неизвестную высоту треугольника через h и замечая, что его основание равно B (ширине полосы спектра), получим

$$\frac{hB}{2} = a^2B^2,$$

откуда

$$h = 2a^2B \text{ (см. рис. А.1.2).}$$

(Прим. ред.).

ние сигнал/шум на выходе несовершенного коррелятора равно

$$\frac{S_1}{N_1} \approx \frac{BT}{2}.$$

Примечание. Можно получить те же результаты (и, очевидно, гораздо быстрее), пользуясь понятием интеграла свертки, которое мы здесь не вводим.

Заключение

При выполнении операции $\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X(t) X(t - \tau) dt$ для конечного значения T получается такой же результат, как для бесконечного T , но сопровождаемый случайным гауссовым членом, стандартное отклонение которого равно $\frac{\rho(0)}{\sqrt{BT/2}}$, где $\rho(0)$ значение функции автокорреляции при $\tau = 0$.

А.1.3. Автокорреляция случайного сигнала, сопровождаемого паразитным шумом. Предположим, что нужно найти корреляцию «чистого» сигнала $X(t)$ и сигнала $X(t)$, сопровождаемого паразитным шумом $n(t)$.

Примем и это оправдано для многих практически важных случаев, что $n(t)$ имеет гауссово распределение амплитуды как и $X(t)$ и спектральное распределение, аналогичное показанному на рис. А.1.1, за исключением того, что a заменяется на $b \gg a$.

Иначе говоря, определяется корреляция сигнала $X(t)$ и такого же сигнала, замаскированного интенсивным шумом, вследствие чего отношение сигнал/шум на входе коррелятора $\frac{a}{b} \ll 1$.

На выходе схемы перемножения получаются сигналы

$$X^2(t) \text{ и } X(t) n(t),$$

состоящие из постоянного члена с мощностью $a^2 B^2$, уже полученного ранее случайного члена, имеющего спектр, представленный на рис. А.1.2, и случайного члена $X(t)n(t)$.

Можно показать таким же способом, как в предыдущем параграфе, что спектр этого последнего случайного члена имеет форму, представленную на рис. А.1.3.

Суммарная мощность спектра $X(t)n(t)$ оказывается порядка abB^2 и значительно превышает мощность спектра случайного члена, о котором шла речь в предыдущем параграфе, вследствие чего последним можно пренебречь.

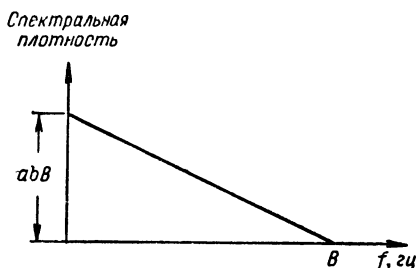


Рис. А.1.3.

После прохождения сигнала через фильтр нижних частот с полосой B_1 энергия «шума» $X(t)n(t)$ будет равна $abBB_1^*$ и отношение сигнал/шум на выходе коррелятора

$$\frac{S_2}{N_2} = \frac{a^2 B^2}{abBB_1} = \frac{B}{B_1} \frac{a}{b} = \frac{S_1}{N_1} \frac{B}{B_1}.$$

Обозначая через T время усреднения коррелятора, можно сказать, что отношение сигнал/шум умножается за счет корреляции на член BT :

$$\frac{S_2}{N_2} \approx \frac{S_1}{N_1} BT.$$

* Действительно, суммарная мощность спектра (на низких частотах) $X(t)n(t)$ равна

$$\frac{1}{2} \overline{[X(t)n(t)]^2}.$$

Так как случайные переменные независимы, то

$$\frac{1}{2} \overline{[X(t)n(t)]^2} = \frac{1}{2} \overline{X(t)^2} \overline{n(t)^2} = \frac{aB \cdot bB}{2}.$$

(Прим. ред.)

А.2. НЕКОТОРЫЕ ПРОСТЫЕ МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА

Эти методы основаны на том, что функция автокорреляции равна преобразованию Фурье от спектральной плотности, и на использовании операторного исчисления (преобразования Лапласа), благодаря чему можно избежать сложных и трудоемких расчетов, занимающих многие страницы.

А.2.1. Шум с прямоугольным спектром. Преобразование Лапласа функции, изображенной на рис. А.2.1, имеет вид

$$\frac{1}{p} e^{-(\omega_0 - \Delta\omega)p} - \frac{1}{p} e^{-(\omega_0 + \Delta\omega)p}.$$

Преобразование Фурье этой же функции будет равно (с точностью до постоянного множителя) действитель-

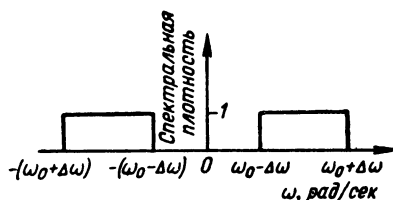


Рис. А.2.1.

ной части этого выражения, в котором p заменено на $j\omega$.

Примечание редактора. Напомним, что преобразования Лапласа и Фурье функции $f(s)$ осуществляются следующими операциями:

$$G(p) = \int_0^{\infty} f(s) e^{-ps} ds \quad (\text{Лапласа}),$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s) e^{-j\omega s} ds \quad (\text{Фурье}).$$

Если применить эти преобразования к функции, показанной на рис. А.2.1, то немедленно получится соотношение, указанное в тексте.

Таким же образом, если заменить p на $j\tau$ и взять действительную часть соответствующего выражения, можно найти (с точностью до постоянного множителя) функцию автокорреляции шума, имеющего спектральную плотность, показанную на рис. А.2.1. Следовательно,

$$\rho(\tau) = K \operatorname{Re} \frac{1}{j\tau} [e^{-j(\omega_0 - \Delta\omega)\tau} - e^{-j(\omega_0 + \Delta\omega)\tau}],$$

$$\rho(\tau) = K \frac{\sin(\tau\Delta\omega) \cos(\omega_0\tau)}{\tau}.$$

Это равенство можно переписать в следующем виде:

$$\rho(\tau) = \rho(0) \frac{\sin(\tau\Delta\omega) \cos(\omega_0\tau)}{\tau\Delta\omega}.$$

А.2.2. Обобщение. Пусть имеется шум с некоторой спектральной плотностью. Можно заменить кривую изменения спектральной плотности ломаной линией, образованной отрезками прямой, и применить тот же метод, что и в предыдущем параграфе. Таким образом можно получить выражение, близкое к функции автокорреляции.

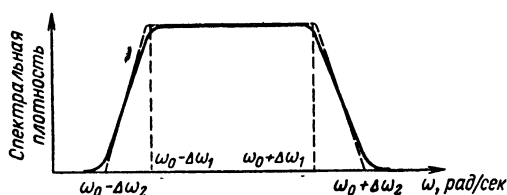


Рис. А.2.2.

Допустим, что требуется вычислить функцию автокорреляции случайного сигнала, имеющего спектр, представленный на рис. А.2.2.

Заменим сначала кривую на этом рисунке приближенной кривой, образованной отрезками прямой. Перейдем к преобразованию Лапласа и получим (с точностью до постоянного множителя) выражение

$$\frac{1}{p^2} [e^{-(\omega_0 - \Delta\omega_2)p} - e^{-(\omega_0 - \Delta\omega_1)p} - e^{-(\omega_0 + \Delta\omega_1)p} + e^{-(\omega_0 + \Delta\omega_2)p}];$$

псле подстановки вместо p величины $j\tau$ получим

$$-\frac{2e^{-j\omega_0\tau}}{\tau^2} [\cos(\tau\Delta\omega_2) - \cos(\tau\Delta\omega_1)].$$

Действительная часть этого выражения равна

$$\rho(\tau) = K \frac{\cos(\tau\Delta\omega_1) - \cos(\tau\Delta\omega_2)}{\tau^2} \cos(\tau\omega_0).$$

Исключая K , запишем это выражение в следующем виде:

$$\rho(\tau) = \frac{2[\cos(\tau\Delta\omega_1) - \cos(\tau\Delta\omega_2)] \cos(\tau\omega_0)}{\tau^2(\Delta\omega_2^2 - \Delta\omega_1^2)} \rho(0).$$

А.2.3. Часто встречающийся случай. Белый шум проходит через фильтр, передаточная функция которого в плоскости Найквиста (комплексная плоскость) представляется окружностью, проходящей через начало координат и симметричной относительно действительной оси (рис. А.2.3). Такой случай имеет место при применении фильтров RC , CR , LR , RL или усилителя с нагрузкой в виде заграждающего фильтра и т. п.

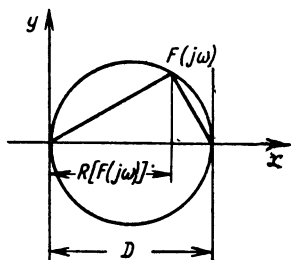


Рис. А.2.3.

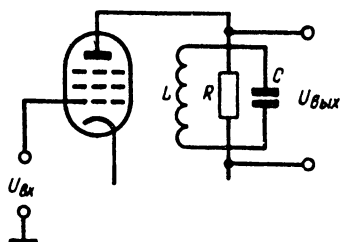


Рис. А.2.4.

При этом спектральная плотность выражается в виде

$$K_1 |F(j\omega)|^2,$$

а функция автокорреляции $\rho(\tau)$ равна преобразованию Фурье от $K_2 |F(j\omega)|^2$.

Если обозначить через $G(p)$ преобразование Лапласа от $\rho(\tau)$, то действительная часть от $G(j\omega)$ будет равна

преобразованию Фурье от $\rho(\tau)$, но это значит, что с точностью до постоянного множителя $\rho(\tau)$ равна преобразованию Фурье от действительной части $G(j\omega)$.

С другой стороны, из рис. А.2.3 видно, что

$$|F(j\omega)|^2 = D \operatorname{Re} F(j\omega),$$

где D — диаметр окружности.

Следовательно, действительная часть $G(j\omega)$ равна действительной части $F(j\omega)$ с точностью до постоянного множителя.

Теорема. $F(p)$ с точностью до постоянного множителя равна преобразованию Лапласа от $\rho(\tau)$.

Пример. Нужно вычислить функцию автокорреляции сигнала $U_{\text{вых}}$ на выходе усилителя на пентоде с нагрузкой в виде заграждающего фильтра (рис. А.2.4), когда на его вход подается шум.

Передаточная функция $F(p)$ такого фильтра хорошо известна. Её можно записать в виде

$$\frac{1}{F(p)} = K_1 \left[Cp + \frac{1}{R} + \frac{1}{Lp} \right],$$

$$F(p) = \frac{K_2 p}{(p + \alpha)^2 + \Omega^2},$$

где $\frac{1}{RC} = 2\alpha \ll \omega_0^2$; $\Omega^2 = \omega_0^2 - \alpha^2 \approx \omega_0^2$; $LC\omega_0^2 = 1$ (2α равно также ширине полосы пропускания на уровне 3 дБ).

Функция автокорреляции $\rho(\tau)$ сигнала $U_{\text{вых}}$ имеет, следовательно, в качестве преобразования Лапласа $F(p)$ выражение

$$F(p) = \frac{p + \alpha}{(p + \alpha)^2 + \Omega^2} - \frac{\alpha}{\Omega} \frac{\Omega}{(p + \alpha)^2 + \Omega^2}.$$

Пользуясь таблицами преобразованных по Лапласу функций, можно найти, что

$$\rho(\tau) = \rho(0) e^{-\alpha |\tau|} \left[\cos(\Omega \tau) - \frac{\alpha}{\Omega} \sin(\Omega \tau) \right].$$

Примечание. Непосредственное вычисление для лиц, недостаточно знакомых с математикой, не знающих теоремы вычетов и т. д., было бы весьма затруднительно.

СВОЙСТВА РЕАЛЬНЫХ ЦЕЛЕЙ, ФЛУКТУАЦИИ ЦЕЛЕЙ. ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

4.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В предыдущих главах рассматривались сравнительно простые проблемы, когда поведение радиолокационной цели не представляло затруднений по крайней мере для вычислений. В них принималось, что если радиолокационная станция излучает определенный сигнал $S(t)$ со спектром $\Phi(f)$, то она принимает отраженный от цели сигнал, подобный $S(t)$, но ослабленный в известном отношении, запаздывающий во времени на t_0 и сдвинутый по частоте на f_D (по крайней мере в общем случае, когда ширина Δf спектра $\Phi(f)$ значительно меньше несущей частоты).

При выводе уравнения радиолокации для определения энергии, излучаемой передатчиком, оказалось необходимым ввести понятие об эффективной отражающей поверхности цели. Она определялась следующим образом.

Если в месте нахождения цели плотность мощности равна $p[\text{вт/м}^2]$ и если цель отражает в направлении станции некоторую мощность, то все происходит так, как будто цель рассеивает равномерно во всех направлениях мощность $p\sigma_e$, где σ_e и есть эффективная отражающая поверхности цели*.

Это равносильно тому, что реальная цель заменяется некоторой точечной целью, которую принято называть

* Величина σ_e должна быть подобрана так, чтобы при равномерном излучении мощности $p\sigma_e$ из точки расположения цели, вблизи радиолокационной станции создавалась плотность мощности, равная отраженной от реальной цели. (Прим. ред).

«светящейся точкой», способной воспринять мощность $p\sigma_e$ и излучать ее равномерно во всех направлениях. Этой точечной цели соответствуют координаты x , y и z .

Понятием «светящаяся точка» можно пользоваться если допустить, что положение ее сильно изменяется во времени и слабо связано с самой целью. Она может находиться то справа, то слева от цели и только иногда совпадать с ее центром.

Точно так же понятие эффективной отражающей поверхности цели применимо, за неимением ничего лучшего, если допустить, что она мало связана с действительной поверхностью цели и изменяется во времени. Все это естественно, если учесть, что размеры реальных целей очень велики по сравнению с длиной волны (например, больше в 1000 раз), а форма их может быть самой причудливой, не имеющей никакого сходства со светящейся точкой, излучающей мощность $p\sigma_e$.

Следует отметить, что в нарисованной нами мрачной картине имеется по крайней мере одно светлое пятно: *если эффективная отражающая поверхность цели является случайной переменной и если, с другой стороны, положение светящейся точки — также случайная переменная, то эти две переменные не являются независимыми.*

Между ними существует некоторая корреляция. В этой главе предпринимается попытка определить эту корреляцию.

4.2. ЭФФЕКТИВНАЯ ОТРАЖАЮЩАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ

Рассмотрим цель, представляющую собой круглое плоское зеркало, идеально отражающее падающие на него волны. Здравый смысл подсказывает нам, что это зеркало особенно хорошо отражает волны, направление падения которых перпендикулярно к его плоскости, и значительно хуже — волны, приходящие по другим направлениям.

Другими словами, эффективная отражающая поверхность зеркала имеет наибольшую величину, если угол θ между нормалью к его плоскости и направлением «радиолокационная станция — цель» равен нулю или бли-

зок к нулю. Она уменьшается с увеличением угла θ (рис. 4.1).

Если $\theta = 0$, все точки плоскости зеркала «освещаются» в один и тот же момент «электромагнитной волной» с одинаковой фазой. Мощность этих волн, падающих на зеркало, равна $\pi R^2 p$. Она переизлучается зеркалом с разной интенсивностью в зависимости от направления. В на-

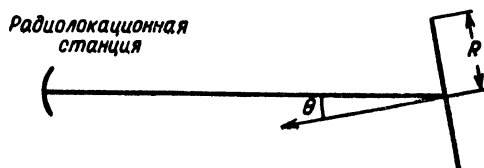


Рис. 4.1.

правлении на радиолокационную станцию зеркало переизлучает мощность с усилением

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} (\pi R^2)$$

Эффективная отражающая поверхность плоского зеркала при $\theta = 0$ равна

$$\sigma_e = \frac{4\pi S^2}{\lambda^2},$$

где S — площадь зеркала.

Численный пример. Если $R = 1$ м, $S = 3$ м², $\lambda = 0,03$ м, то $\sigma_e = 100\,000$ м². (Светящейся точкой является центр зеркала.)

Если $\theta = \frac{\lambda}{2R}$, то усиление зеркала в направлении на радиолокационную станцию равно нулю, эффективная отражающая поверхность также равна нулю и светящейся точки уже нет.

Численный пример. Если $R = 1$ м, $\lambda = 0,03$ м, то $\theta = \frac{\lambda}{2R} = 0,015$ рад $= 1^\circ$.

Следовательно, если такое плоское зеркало является радиолокационной целью, находящейся в пространстве и занимающей в среднем положение, перпендикулярное направлению «станция — цель», и если она поворачивает-

ся на несколько градусов от среднего положения $\theta=0$ (чему трудно помешать), то ее эффективная отражающая поверхность изменяется от 0 до $100\,000\text{ м}^2$.

Можно также заметить, что если это же зеркало наблюдается радиолокационной станцией, работающей на волне 10 см , то ее эффективная отражающая поверхность при $\theta=0$ будет равна $10\,000\text{ м}^2$ и при идентичных движениях в пространстве ($\theta=\frac{\lambda}{2R} 0,05=3^\circ$) будет изменяться в среднем в три раза медленнее.

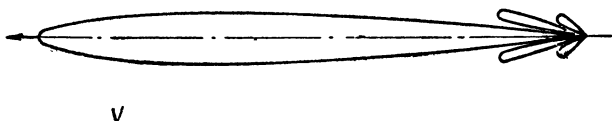


Рис. 4.2.

Принято представлять изменения эквивалентной поверхности в полярных координатах в функции от угла θ между нормалью к плоскости зеркала и направлением на радиолокационную станцию. Получаемая диаграмма рассеяния цели в некотором смысле аналогична классической диаграмме направленности антенны (однако не следует проводить эту аналогию слишком далеко, радиолокационная цель не является антенной, это — подвижный отражатель по отношению к первичному источнику, т. е. к радиолокационной станции, находящейся на большом расстоянии). На рис. 4.2. приведена диаграмма рассеяния плоского отражателя.

4.3. ЭФФЕКТИВНАЯ ОТРАЖАЮЩАЯ ПОВЕРХНОСТЬ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СФЕРЫ

Рассмотрим цель, представляющую собой металлическую сферу радиусом R , значительно большим, чем рабочая длина волны λ (рис. 4.3.).

Как видно, часть сферы, расположенная нормально к направлению «радиолокационная станция — цель», отражает значительную часть энергии (угол падения близок к нулю) по направлению к станции, в то время как остальные части сферы отражают энергию в различных направлениях.

Поэтому с полным основанием можно считать, что главную роль в отражении играет часть сферы, находящаяся близко к радиолокационной станции, т. е. что светящейся точкой в некотором смысле является точка сферы, наиболее близкая к радиолокационной станции.

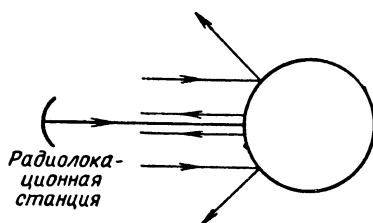


Рис. 4.3.

Действительно, можно показать, что эффективная отражающая поверхность полной сферы не больше, чем эффективная отражающая поверхность шарового сегмента, центр которого совпадает со светящейся точкой, а диаметр α (рис. 4.4) несколько больше $\sqrt{2\lambda R}$.

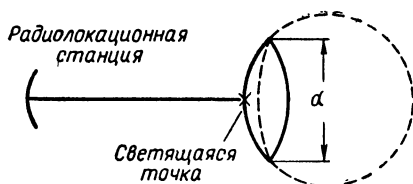


Рис. 4.4.

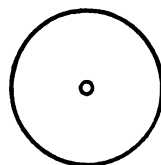


Рис. 4.5.

Если это условие выполняется, то шаровой сегмент (рис. 4.4) имеет такую же эффективную отражающую поверхность, как и полная сфера (рис. 4.3), а именно πR^2 .

Численный пример. Если $R = 20$ м, $\lambda = 0,1$ м, то $\sqrt{2\lambda R} = 2$ м. Полная сфера имеет эффективную отражающую поверхность, равную 1200 м².

Шаровой сегмент с «апертурой» диаметром 3 м имеет такую же эффективную отражающую поверхность, т. е. 1200 м², тогда как его поверхность равна только 10 м².

Это свойство можно обобщить. Если рассматривается часть металлической выпуклой поверхности достаточных размеров, нормальной в одной точке к направлению «радиолокационная станция — цель», то *светящейся точкой будет наиболее близкая к станции точка* и эффективная отражающая поверхность данной цели равна

$$\pi R_1 R_2,$$

где R_1 и R_2 — два главных радиуса кривизны.

Этот пример показывает, насколько эффективная отражающая поверхность цели мало связана с ее действительной поверхностью.

Примечание. Очевидно, сфера представляет собой изотропный отражатель, и ее эффективная отражающая поверхность не зависит от ориентации относительно источника излучения. На рис. 4.5 показана диаграмма рассеяния металлической сферы.

4.4. ПАССИВНЫЕ ОТВЕТЧИКИ

Выше было показано, что плоский отражатель имеет эффективную отражающую поверхность, сильно изменяющуюся в зависимости от угла между нормалью к ее плоскости и направлением «радиолокационная станция — отражатель», и что при равенстве этого угла нулю эффективная поверхность может быть очень большой. У металлической сферы эффективная отражающая поверхность относительно невелика и не зависит от ориентации.

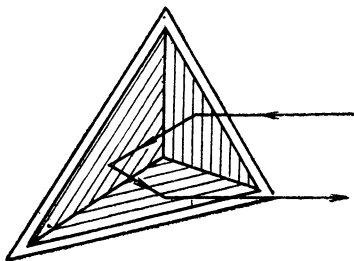


Рис. 4.6.

Некоторые системы обладают двойным свойством:

— имеют очень большую эффективную отражающую поверхность по сравнению с их действительной поверхностью;

— сохраняют величину эффективной поверхности постоянной или почти постоянной при изменении их ориентации.

Такие системы называют «пассивными ответчиками» или «отражателями». Приведем в качестве примеров таких систем трехгранный уголкового отражатель (рис. 4.6), линзу Люнеберга и ответчик Ван-Атта (рис. 4.7).

Линза Люнеберга представляет собой сферу, половина поверхности которой металлизирована. Сама линза образована из concentric слоев материала с пере-

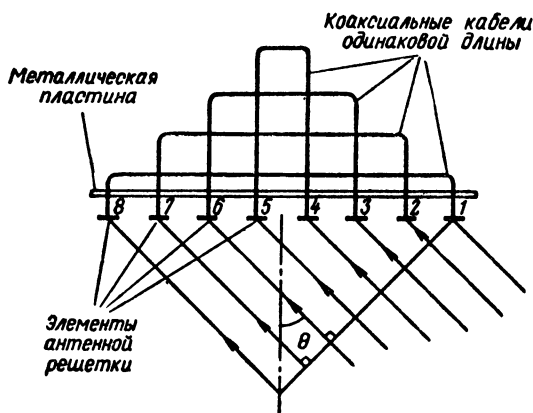


Рис. 4.7.

менной диэлектрической постоянной, рассеивающих энергию в направлении ее падения.

В ответчике Ван-Атта, показанном схематически на рис. 4.7, излучение, падающее на элемент 1, имеет определенную фазу, например Φ_0 . Для элемента 2 эта фаза равна

$$\Phi_0 - \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda},$$

а для элемента 8 фаза равна

$$\Phi_0 - \frac{14\pi d \sin \theta}{\lambda},$$

где d — расстояние между двумя соседними элементами.

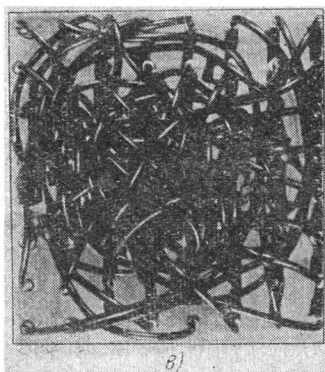
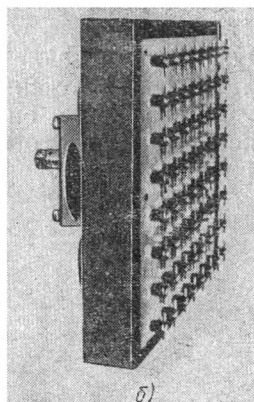
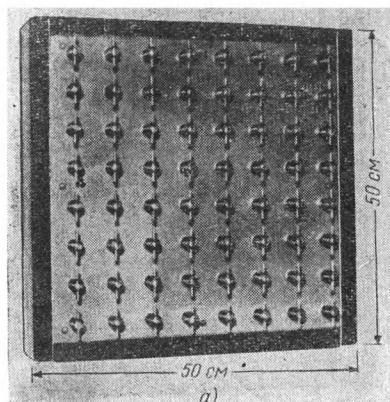


Рис. 4.8. Действующий макет
ответчика Van Atta на волне
10 см:

a — вид спереди; *б* — вид сбоку;
в — вид сзади.

Энергия, падающая на элемент 1, переизлучается элементом 8 с фазой $\Phi_0 \rightarrow \Phi_1$, а падающая на элемент 2, переизлучается элементом 7 с фазой

$$\Phi_0 - \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda} - \Phi_1.$$

Аналогично волна, падающая на элемент 8, переизлучается элементом 1 с фазой

$$\Phi_0 - \frac{14\pi d \sin \theta}{\lambda} - \Phi_1.$$

В конечном счете излучение ответчика Ван-Атта будет представлять собой плоскую волну, распространяющуюся в направлении, противоположном направлению падающего излучения.

Приведенное описание для плоскости (двухмерная система) можно обобщить на трехмерное пространство (рис. 4.8) и получить (для углов θ , меньших $20\text{--}30^\circ$) ответчик, имеющий такую же эффективную отражающую

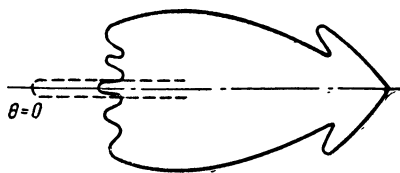


Рис. 4.9.

щую поверхность, как плоская пластина, служащая основанием для него.

На рис. 4.9 приведена диаграмма рассеяния ответчика, показанного на рис. 4.8 (пунктиром изображена диаграмма рассеяния плоской пластины с такой же поверхностью).

4.5. ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ГИПОТЕТИЧЕСКОЙ ВСЕНАПРАВЛЕННОЙ ЦЕЛИ

Прежде чем перейти к анализу существенного различия между теоретической и реальной целями, полезно вспомнить свойства «идеальной» цели. Под «идеальной» целью понимается точечная цель, находящаяся в точке O , воспринимающая мощность $\rho\sigma_e$ излучения радиолокационной станции и рассеивающая ее равномерно по всем направлениям.

Если в этом случае рассмотреть все точки сферы радиусом D с центром в точке O , то амплитуда электрического поля, так же как и его фаза, будет одинаковой в каждой точке сферы. Такую сферу с центром в точке O называют *поверхностью равной фазы*.

Если наблюдатель находится на расстоянии D от цели, достаточно большом по сравнению с размерами антенны радиолокационной станции, то практически мож-

но считать, что часть представляющей интерес поверхности равной фазы является плоскостью, во всех точках которой амплитуда электрического поля постоянна.

Две поверхности равной фазы π_1 и π_2 , находящиеся на расстоянии d одна от другой (d мало по сравнению с длиной волны λ), соответствуют фазам Φ_1 и Φ_2 , причем

$$\Phi_2 = \Phi_1 - \frac{2\pi d}{\lambda}.$$

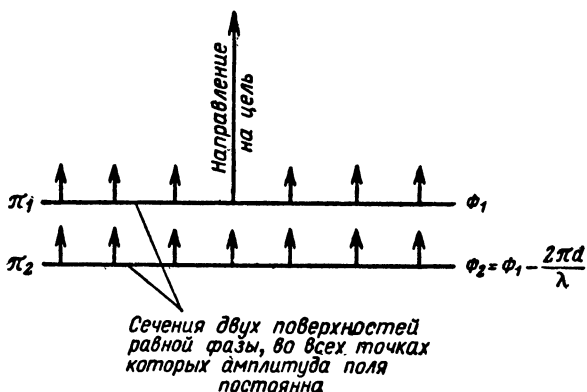


Рис. 4.10.

Кроме того, поскольку D предполагается очень большим по сравнению с λ (а значит, и d), то амплитуда поля на поверхности π_1 будет такой же, как и амплитуда на поверхности π_2 , так как $\frac{1}{D^2} \approx \frac{1}{(D+d)^2}$ (рис. 4.10).

Можно еще сказать, что нормаль к поверхности равной фазы направлена к гипотетической точечной цели, равномерно рассеивающей по всем направлениям падающую на нее энергию.

4.6. ЦЕЛЬ, СОСТОЯЩАЯ ИЗ ДВУХ ИДЕНТИЧНЫХ ТОЧЕЧНЫХ ЦЕЛЕЙ

Рассмотрим цель, состоящую из двух идентичных точечных источников, расположенных в точках O_1 и O_2 (рис. 4.11), причем расстояние O_1O_2 фиксировано и равно r (r чрезвычайно мало по сравнению с расстоянием

D от цели до радиолокационной станции и очень велико по сравнению с длиной волны λ).

Предположим далее, что плоскость, в которой лежат точки O_1 и O_2 , образует с направлением «радиолокационная станция — цель» небольшой угол θ .

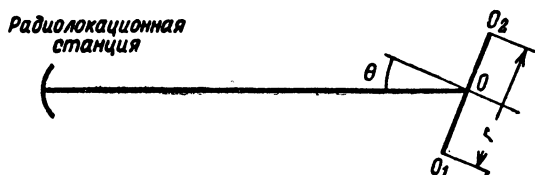


Рис. 4.11.

Если обозначить d_1 расстояние от станции до точки O_1 , d_2 — расстояние от станции до точки O_2 , то можно записать волну, исходящую из точки O_1 , в виде

$$Ae^{-\frac{4\pi jd_1}{\lambda}},$$

а волну, исходящую из точки O_2 , в виде

$$Ae^{-\frac{4\pi jd_2}{\lambda}}.$$

Отсюда получается следующее выражение для результирующей волны:

$$E = A \left[e^{-\frac{4\pi jd_1}{\lambda}} + e^{-\frac{4\pi jd_2}{\lambda}} \right]$$

или

$$E = 2Ae^{-\frac{2\pi j}{\lambda}(d_1 + d_2)} \cos \frac{2\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}.$$

Если $D \approx \frac{d_1 + d_2}{2}$ — расстояние от радиолокационной станции до точки O , то

$$E = 2Ae^{-\frac{4\pi jD}{\lambda}} \cos \frac{2\pi r \sin \theta}{\lambda}.$$

Если цель неподвижна, а радиолокационная станция перемещается по сфере с центром в точке O , фаза волны, принимаемой станцией, постоянна и равна Φ_0 , когда

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{2\pi r \sin \theta}{\lambda} < \frac{\pi}{2} \text{ (с точностью до } 2k\pi)$$

или

$$\frac{k\lambda}{r} - \frac{\lambda}{4r} < \sin \theta \approx \theta < \frac{\lambda}{4r} + \frac{k\lambda}{r} \quad (k - \text{целое число}).$$

Фаза волны, принимаемой радиолокационной станцией, постоянна и равна $\Phi_0 + \pi$, когда

$$k \frac{\lambda}{r} + \frac{\lambda}{4r} < \sin \theta \approx \theta < \frac{3\lambda}{4r} + \frac{k\lambda}{r}.$$

Амплитуда принятого сигнала изменяется по формуле

$$\left| \cos \frac{2\pi r \sin \theta}{\lambda} \right| = \left| \cos \frac{2\pi r \theta}{\lambda} \right|.$$

Следовательно, сферы с центром в точке O уже не являются поверхностями равной фазы: на этих поверхностях фаза постоянна, но только с точностью до π , а амплитуда поля принимаемой волны не постоянна (рис. 4.12).

Полезно выяснить порядок величин параметров, приведенных на рис. 4.12. Предположим, что цель эквивалентна двум точечным источникам, находящимся на расстоянии $r=5$ м друг от друга (двухмоторный реактивный самолет, удаляющийся от станции, приближенно может рассматриваться как такая цель). Пусть $\lambda=0,1$ м и $D=200$ км.

Тогда можно найти

$$\frac{D\lambda}{2r} = 2000 \text{ м и } \frac{\lambda}{2r} = 10^{-2} \text{ рад} \approx 0,6^\circ.$$

В масштабе размеров приемных антенн (антенна радиолокационной станции), который при данной длине волны будет порядка 10 м, можно считать, что амплитуда поля во всех точках приемной антенны постоянна, если цель неподвижна. Но если цель совершает небольшие случайные движения (что неизбежно), то амплиту-

да поля в месте приема (постоянная во всех точках приемной антенны) становится также случайной и изменяется в пределах от 0 до $2A$. Приемник принимает не сигнал $kS(t-t_0)$, если $S(t)$ — излученный сигнал, а сигнал $aS(t-t_0)$, где $a=B\sin\varphi$ и все значения φ от 0 до π равновероятны, поскольку априори никакое значение θ не будет преимущественным.

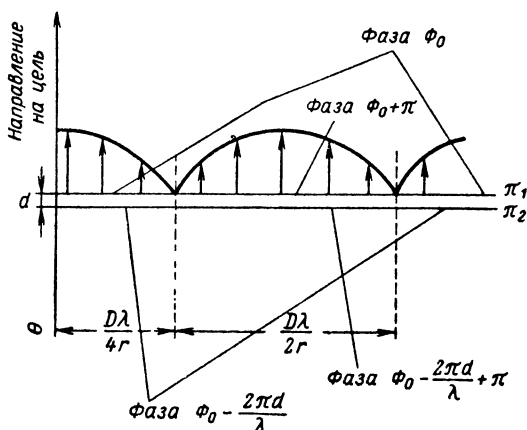


Рис. 4.12.

Другими словами, a — случайная переменная с распределением амплитуды, характеризуемым плотностью вероятности $p_1(a)$, причем

$$p_1(a) da = p(\varphi) d\varphi,$$

где

$$\varphi = \arcsin \frac{a}{B};$$

$$d\varphi = \frac{1}{B} \frac{da}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{B^2}}} = \frac{da}{\sqrt{B^2 - a^2}}$$

и

$$p(\varphi) = \frac{2}{\pi}.$$

Следовательно,

$$p_1(a) = \frac{2}{\pi \sqrt{B^2 - a^2}}.$$

Характер изменения $p_1(a)$ показан на рис. 4.13. Средняя скорость изменения a во времени зависит от средней скорости вращения цели.

В качестве примеров, дающих представление о порядке величин, полезно рассмотреть два принципиальных случая.

А. Цель представляет собой самолет, летящий со скоростью 300 м/сек и совершающий вираж с ускорением $2g$ (примерно 20 м/сек²). Угловая скорость вращения равна $6 \cdot 10^{-2}$ рад/сек. Если $r = 5$ м и $\lambda = 0,1$ м, то самолет поворачивается на $\frac{\lambda}{2r} = 10^{-2}$ рад за 0,16 сек. В этом случае можно считать приближенно, что a проходит через максимум за время порядка 0,15 сек. Это время значительно больше, чем время измерения, выполняемого радиолокационной станцией, т. е. принимаемый сигнал можно считать постоянным за время радиолокационного измерения.

Б. Целью является самолет, летящий перпендикулярно к направлению на радиолокационную станцию со скоростью 300 м/сек и находящийся на дальности 5 км. В данном случае скорость вращения прямой «радиолокационная станция — цель» относительно цели равна $\frac{300}{5 \cdot 10^3} = 6 \cdot 10^{-2}$ рад/сек, т. е. такого же порядка, как в предыдущем примере.

Величина a характеризует с точностью до коэффициента амплитуду сигнала, принимаемого радиолокационным приемником (этот сигнал обычно выражается в вольтах).

Поскольку интерес представляет энергия принимаемого сигнала, среднее значение величины a^2 характеризует (с точностью до коэффициента) среднюю величину мощности, приходящей от цели.

Но величина a^2 равна с точностью до коэффициента эффективной отражающей поверхности цели. Следовательно σ_e является случайной величиной, характеризующей плотностью вероятности $p_2(a^2)$, причем

$$\begin{aligned} p_2(a^2) da^2 &= p_1(a) da, \\ 2p_2(a^2) ada &= p_1(a) da, \end{aligned}$$

откуда

$$p_2(a^2) = \frac{1}{\pi \sqrt{B^2 - a^2} \sqrt{a^2}}.$$

Таким образом, плотность вероятности для эффективной отражающей поверхности цели можно записать в виде

$$p_2(\sigma_e) = \frac{1}{\pi \sqrt{2\Sigma - \sigma_e} \sqrt{\sigma_e}},$$

где Σ — среднее значение σ_e (рис. 4.14).

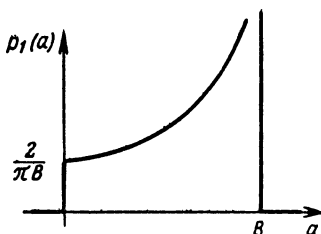


Рис. 4.13.

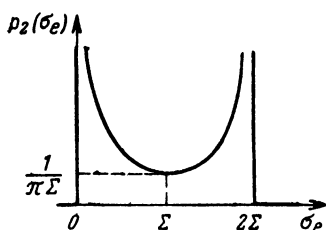


Рис. 4.14.

Чтобы закончить изучение «двухточечной» цели, следует еще заметить, что соответствующие поверхности равной фазы имеют «ступенчатую» форму, показанную на рис. 4.15. (Напомним, что поверхность равной фазы есть геометрическое место точек, имеющих в данный момент одинаковые фазы.)

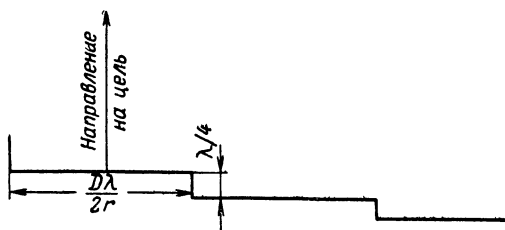


Рис. 4.15.

На рис. 4.16 представлена диаграмма рассеяния цели, состоящей из двух идентичных точечных целей. Она имеет многолепестковую форму и подобна маргаритке,

поэтому явление флуктуации радиолокационной цели иногда называют «эффектом маргаритки».

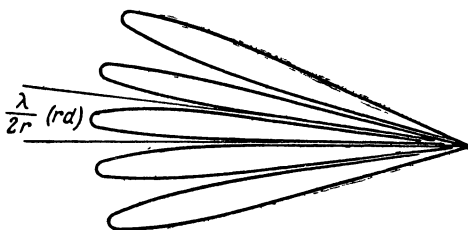


Рис. 4.16.

4.7. ЦЕЛЬ, СОСТОЯЩАЯ ИЗ ДВУХ НЕИДЕНТИЧНЫХ ТОЧЕЧНЫХ ЦЕЛЕЙ

Рассмотрим теперь цель, состоящую из двух неидентичных точечных источников, находящихся в точках O_1 и O_2 (обозначения те же, что и в § 4.6), но источник O_1 имеет эффективную поверхность, в 4 раза большую, чем источник O_2 .

Волна от источника O_1 может быть представлена в виде

$$Ae^{-\frac{4\pi j d_1}{\lambda}},$$

а волна от источника O_2 — в виде

$$0,5Ae^{-\frac{4\pi j d_2}{\lambda}}.$$

Величина результирующей волны от обоих источников равна

$$A \left[e^{-\frac{4\pi j d_1}{\lambda}} + 0,5e^{-\frac{4\pi j d_2}{\lambda}} \right].$$

Когда цель неподвижна, а радиолокационная станция перемещается по сфере с центром в точке O , фаза принимаемой волны непрерывно изменяется, а амплитуда принимаемого поля изменяется по закону

$$\sqrt{1,25 + \cos \frac{4\pi r \theta}{\lambda}}.$$

Таким образом, сферы с центром в точках O не будут поверхностями равной фазы, а амплитуда поля на этих сферах не останется постоянной (рис. 4.17). На рис. 4.18 показана диаграмма рассеяния такой цели.

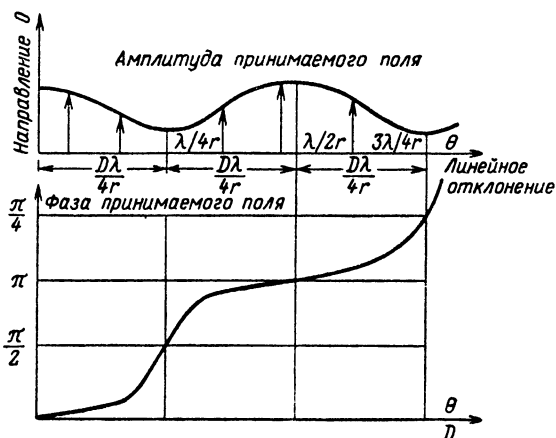


Рис. 4.17.

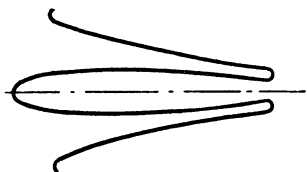


Рис. 4.18.

Если представляет интерес геометрическое место точек, имеющих в данный момент одинаковую фазу поля, т. е. поверхность равной фазы, то следует учитывать, что такая поверхность не имеет ничего общего со сферой с центром в точке O .

Сечение двух таких поверхностей плоскостью, проходящей через точки O_1 , O_2 , представлено на рис. 4.19.1. Как видно из этого рисунка, поверхность равной фазы не будет теперь нормальной к направлению на точку O , находящуюся в середине между O_1O_2 . В половине случаев нормаль к поверхности равной фазы направлена в точку, внешнюю относительно отрезка O_1O_2 . Такой точкой может быть точка Ω , симметричная с точкой O_2 относительно O_1 (рис. 4.19.2). В остальных случаях нормаль направлена в точку, находящуюся между O и O_1 .

Как будет показано в гл. 5, радиолокационная станция, определяя направление на цель, фактически опре-

деляет точное направление нормали к поверхности равной фазы. Все происходит так, как если бы цель была эквивалентна светящейся точке, находящейся между O и Ω .

Если допустить, что цель совершает небольшие слу-

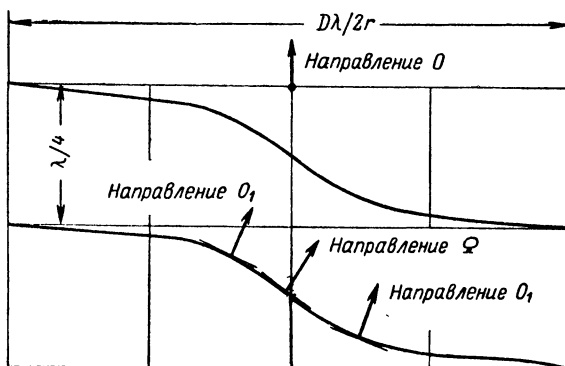


Рис. 4.19.1.

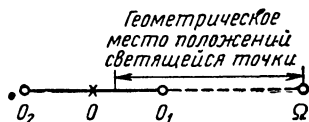


Рис. 4.19.2.

чайные движения (это неизбежно), то для рассматриваемого случая можно прийти к следующим выводам:

— положение светящейся точки в одном из двух случаев может быть за пределами действительной цели;

— эффективная отражающая поверхность цели может изменяться в пределах от Σ до 9Σ (отношение амплитуд поля при $\theta=0$ и $\theta=\frac{\lambda}{4r}$ равно 3, а отношение соответствующих мощностей, поступающих на вход радиолокационного приемника, равно 9);

— светящаяся точка находится тем дальше за пределами цели, чем меньше в данный момент ее эффективная отражающая поверхность.

Примечание редактора. Уточним несколько выводы автора. Рассмотрим для этого более общий случай, когда отношение амплитуд полей, создаваемых излучателями, равно не 0,5, а n .

Сохраняя обозначения автора (см. рис. 4.11), получим после несложных преобразований

$$\begin{aligned}
 E &= e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\left(D - \frac{r}{2}\sin\theta\right)} + ne^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\left(D + \frac{r}{2}\sin\theta\right)} = \\
 &= e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}D} \left(e^{j\frac{\pi}{\lambda}r\sin\theta} + ne^{-j\frac{\pi}{\lambda}r\sin\theta} \right) = \\
 &= \sqrt{1 + n^2 + 2n\cos\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\sin\theta\right)} e^{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda}D - \Delta\right)},
 \end{aligned}$$

где $\operatorname{tg} \Delta = \frac{n-1}{n+1} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi r}{\lambda}\sin\theta\right)$.

Уравнение фазовой поверхности оказывается равным

$$\frac{2\pi}{\lambda} D - \Delta = C,$$

где C некоторая постоянная.

Угол ψ (искомая ошибка пеленга), образованный направлением и нормалью к фазовой поверхности (нормалью к кривой $D = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta + C_1$) находится из формулы

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1}{\frac{2\pi D}{\lambda}} \frac{d\Delta}{d\theta} = \frac{n-1}{n+1} \left[\frac{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi r}{\lambda}\sin\theta\right)}{1 + \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi r}{\lambda}\sin\theta\right)} \right] \frac{r}{2D} \cos\theta.$$

Заметим, что множитель $\frac{r}{2D} \cos\theta = \xi$ имеет очень простой геометрический смысл. Нетрудно видеть, что величина ξ равна углу зрения, под которым виден отрезок $O - O_1$. Как правило, этот угол очень мал, поэтому и ошибка в пеленге ψ будет мала и можно положить, что

$$\psi \approx \frac{n-1}{n+1} \left[\frac{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi r}{\lambda}\sin\theta\right)}{1 + \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi r}{\lambda}\sin\theta\right)} \right] \xi.$$

Легко проверить, что множитель при ξ принимает минимальное значение $(n-1)/(n+1)$, когда $\sin\theta \approx \theta = 0$; λ/r ; $2\lambda/r...$ и достигает своего максимального значения $(n-1)/(n+1)$, когда

$\sin \theta \approx \theta = \lambda/2r$; $3\lambda/2r \dots$ (случай $n = 1$ надо исключить, так как при этом тождественно $\psi = 0$). В то же время амплитуда принятого сигнала

$$\sqrt{1 + n^2 + 2n \cos\left(\frac{2\pi r}{\lambda} \sin \theta\right)}$$

при $\sin \theta = 0$; λ/r ; $2\lambda/r \dots$ будет равна $1 + n$, а при $\sin \theta = \lambda/2r$; $3\lambda/2r \dots$ будет равна $1 - n$.

Ограничимся малыми значениями θ (так как обычно рыскание самолета по курсу не превосходит нескольких градусов), при этом можно считать, что угол зрения ξ остается практически постоянным и изменение угла ошибки ψ происходит только за счет изменения множителя при ξ .

Сформулируем полученные результаты:

а) максимальная ошибка в направлении на цель $\psi_{\max} = \frac{n+1}{n-1} \xi$ совпадает с моментом, когда амплитуда принимаемого сигнала имеет минимальное значение $n - 1$;

б) минимальная ошибка в направлении на цель $\psi_{\min} = \frac{n-1}{n+1} \xi$ совпадает с моментом, когда амплитуда сигнала максимальна и равна $n + 1$;

в) ошибка в пеленге всегда происходит в сторону более мощного излучателя, так как знак множителя при ξ зависит только от величины n . Действительно,

$$\begin{aligned} \text{при } n > 1: \psi &> 0, \\ \text{при } n < 1: \psi &< 0. \end{aligned}$$

Примечание. Как уже отмечалось в § 4.6, пример цели, состоящей из двух идентичных точечных целей, может служить двухмоторный реактивный самолет, удаляющийся от радиолокационной станции.

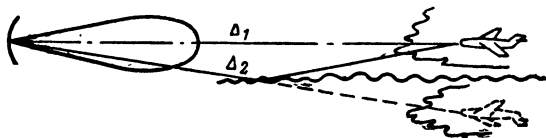


Рис. 4.20.

Можно отметить также, что рассматриваемая схема цели, состоящая из двух неидентичных точечных целей (рис. 4.20), достаточно хорошо объясняет, что происходит, когда самолет летит на малой высоте над отражающей поверхностью (например, над морем, при горизон-

тальной поляризации излучаемых радиолокационной станцией волн).

Предположим, например, что коэффициент отражения морской поверхности равен 0,5; проходящий по пути Δ_1 сигнал (от самолета) в среднем в 2 раза сильнее сигнала, проходящего по пути Δ_2 (от зеркального изображения самолета). Поэтому в среднем радиолокационная станция определяет направление на цель, более близкое к направлению на самолет, чем на его зеркальное изображение. Но фактически сам самолет является сложной целью, имеющей сильно изрезанную диаграмму рассеяния. Поэтому может получиться так, что в момент измерения его эффективная отражающая поверхность будет мала по сравнению с эффективной отражающей поверхностью его зеркального изображения. В таком случае радиолокационная станция определяет направление, более близкое к направлению на зеркальное изображение самолета. Следовательно, никогда не следует надеяться, что радиолокационная станция в таком случае определит точное направление на самолет.

4.8. ЦЕЛЬ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Выше было показано, что в общем случае цель имеет трудно определяемую эффективную отражающую поверхность, флуктуирующую во времени. Но, как правило, «скорость» флуктуации довольно мала (эффективная отражающая поверхность остается практически постоянной в течение времени радиолокационного измерения).

Таким образом, эффективная отражающая поверхность является, к сожалению, случайной переменной, характеризваемой, если так можно сказать:

- очень узким спектром частот (или очень большим интервалом корреляции);

- некоторым распределением амплитуды (пример приведен в § 4.6).

Обычно, когда имеется случайная переменная величина, о которой ничего не известно, то принимают, что она имеет гауссово распределение*.

* Это справедливо только в том случае, когда эта переменная является суммой большого числа независимых случайных переменных.

Так же поступают в радиолокации при определении произвольной (или сильно флуктуирующей) цели.

Всегда можно считать, что поле принимаемого сигнала в данный момент имеет две составляющих:

— составляющую 1 в фазе (или в противофазе) с некоторым опорным сигналом;

— составляющую 2 в квадратуре с этим опорным сигналом.

Принимается, что для произвольной цели составляющая 1 может быть с равной вероятностью и положительной и отрицательной и имеет гауссово распределение. Принимается также, что составляющая 2 имеет такое же распределение.

На основании этого можно вывести, что амплитуда A поля принимаемого сигнала имеет релеевское распределение, т. е. что плотность вероятности A выражается как

$$p_1(A) = \frac{2A}{A_0^2} e^{-\frac{A^2}{A_0^2}}. \quad (4.1)$$

В этом выражении A_0 — среднеквадратическое значение A (равное квадратному корню из среднего значения A^2).

Это позволяет сказать (см. расчеты в § 4.6), что плотность вероятности эффективной отражающей поверхности σ произвольной цели равна

$$p_2(\sigma) = \frac{1}{\sigma_0} e^{-\frac{\sigma}{\sigma_0}}. \quad (4.2)$$

Здесь σ_0 — средняя величина σ (σ пропорциональна A^2).

Эта средняя величина σ_0 имеет физический смысл, так как она определяет собой среднюю мощность, рассеиваемую целью в направлении на радиолокационную станцию. Следовательно, она количественно характеризует цель и позволяет сравнить между собой нефлуктуирующую цель (металлическая сфера), имеющую постоянную эффективную отражающую поверхность σ_0 и произвольную цель со средней эффективной отражающей поверхностью, равной тоже σ_0 .

Полезно, в частности, сравнить кривые вероятности обнаружения в зависимости от R для двух случаев.

В случае нефлуктуирующей цели величина R зависит в конечном счете от дальности цели. При определенной дальности (предполагается, что цель находится в направлении максимального излучения радиолокационной станции) величина R известна. В случае сложной цели при тех же условиях известно только среднее значение R , т. е. R_0 .

Как уже говорилось, идеальным считается приемник, который:

— или определяет корреляцию за время T принимаемого сигнала с аналогом переданного сигнала $kS(t-t_0)$, задержанного на время t_0 ;

— или осуществляет фильтрацию принимаемого сигнала при помощи оптимального фильтра с характеристикой $k\Phi(-f)$ или $k\Phi(f_0-f)$.

На выходе такого приемника получается:

— при отсутствии цели (в пределах дальности действия станции) гауссов шум со средним нулевым значением, имеющим определенную дисперсию, которую для упрощения рассуждений можно принять равной единице;

— при наличии цели полезный сигнал (или сигналы) с максимальной амплитудой, равной $\sqrt{R}=s$.

Порог обнаружения определяется как некоторый уровень, вероятность превышения которого шумом при отсутствии полезного сигнала выражается заданной величиной (вероятностью ложной тревоги P_f , равной, например, 10^{-3}). Цель обнаруживается только при условии, если сумма «полезный сигнал + шум» превышает этот порог. Вероятность такого события называется вероятностью обнаружения P_d .

Как было показано ранее (см. § 2.22), для нефлуктуирующей цели и вероятности ложной тревоги $P_f=10^{-3}$ ($k=3$), вероятность обнаружения P_d определяется формулой

$$P_d(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{3-s}^{\infty} e^{-\frac{v^2}{2}} dv.$$

Если цель флуктуирующая, то в момент измерения величина s (пропорциональная $\sqrt{\sigma}$) может быть или очень большой и вероятность обнаружения будет близка к 1 или очень малой, и тогда вероятность обнаружения соответственно также мала.

Обозначим вероятность того, что значение отраженного сигнала s находится в пределах s и $s+ds$ через $p_1(s)$. Тогда среднее значение вероятности обнаружения флуктуирующей цели будет равно

$$P_{дфл} = \int_0^{\infty} P_d(s) p_1(s) ds.$$

Замечая, что плотность вероятности $p_1(s)$ получается из формулы (4.1) простой заменой A на s (поскольку амплитуда принятого сигнала пропорциональна амплитуде поля радиолокационной станции) и, следовательно,

$$p_1(s) = \frac{2s}{R_0} e^{-\frac{s^2}{R_0}},$$

находим

$$P_{дфл} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{2s}{R_0} e^{-\frac{s^2}{R_0}} ds \int_{3-s}^{\infty} e^{-\frac{v^2}{2}} dv^*,$$

Таким образом, вероятность обнаружения $P_{дфл}$ равна средней величине вероятности того, что в данный момент

* После некоторых преобразований формула для $P_{дфл}$ может быть приведена к более удобному виду для вычисления:

$$P_{дфл} = P_f + e^{-A^2/(2+R_0)} \left[2\pi \left(1 + \frac{0,5}{R_0} \right) \right]^{-1/2} \int_{-A/\sqrt{1+\frac{0,5}{R_0}}}^{\infty} e^{-v^2/2} dv,$$

где

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-v^2/2} dv.$$

Если $P_f < 10^{-2}$ и $P_d > 0,10$, то выражение для $P_{дфл}$ упрощается и принимает вид

$$P_{дфл} = \frac{e^{-\frac{A^2}{2+R_0}}}{\sqrt{1 + \frac{0,5}{R_0}}},$$

что позволяет вычислить $P_{дфл}$ для всех представляющих интерес значений P_f и R_0 (см. рис. 2.5.1—2.5.3).

$s + n > 3$ (сумма „полезный сигнал + шум“ превышает порог обнаружения).

Результаты вычислений величин $P_{d\text{фл}}$ приведены в таблице. В ней даны в функции от R_0 (среднее значение R , полученное путем замены в уравнении радиолокации σ ее средним значением σ_0) значения вероятности обнаружения P_d идеальной радиолокационной станцией нефлуктуирующей цели (правый столбец) и флуктуирующей по закону Релея цели (левый столбец) для порога обнаружения, соответствующего вероятности ложной тревоги $P_f = 10^{-3}$.

$R_0, \text{дБ}$	P_d	
	Сложная произвольная цель	Нефлуктуирующая цель
3	0,07	0,05
6	0,18	0,15
9,5	0,40	0,50
12	0,58	0,85
14	0,69	0,98
17	0,83	1,00

Этой таблице соответствуют кривые рис. 4.21. Их изучение показывает, что для получения 90% вероятности обнаружения сложной цели со средней эффективной отражающей поверхностью σ_0 необходимо при всех прочих равных условиях излучать мощность, превышающую на 6—9 дБ (или в 4—8 раз) мощность, требуемую для обнаружения с вероятностью 90% нефлуктуирующей цели с такой же (средней) эффективной отражающей поверхностью σ_0 . Но при вероятности обнаружения 50% практически требуется одинаковая мощность как для обнаружения цели, имеющей форму сферы, так и цели очень сложной формы.

Для лучшего понимания рассматриваемых явлений небезынтересно попытаться описать их по возможности без сложных математических выводов. Предположим, что имеется сильно флуктуирующая цель, сигнал от которой $s = \sqrt{R}$ с равной вероятностью может быть равным ну-

лю или $\sqrt{2R_0}$, откуда следует, что среднее значение s^2 равно R_0 . Таким образом, эту цель можно сравнивать с нефлуктуирующей целью, сигнал от которой всегда равен $s = \sqrt{R_0}$.

Половину времени вероятность обнаружения равна вероятности обнаружения, соответствующей значению $2R_0$, а вторую половину времени — вероятности ложной

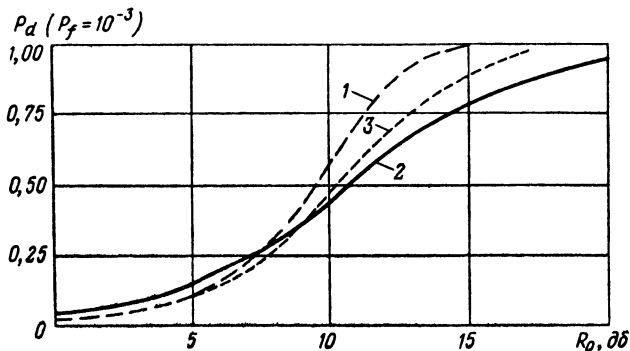


Рис. 4.21.

1 — нефлуктуирующая цель; 2 — цель, флуктуирующая по закону Релея (одноканальная радиолокационная станция); 3 — цель, флуктуирующая по закону Релея (двухканальная радиолокационная станция с разнесенными частотами; суммирование сигналов до сравнения с порогом обнаружения).

тревоги (очень малая величина). Следовательно, среднее значение вероятности обнаружения $P_{d\text{фл}}(R_0)$ равно половине вероятности обнаружения нефлуктуирующей цели, отраженный сигнал от которой имеет уровень $2R_0$. Для такой цели составлена таблица значений вероятности обнаружения $P_{d\text{фл}}$ в функции от R_0 .

$R_0, \text{дБ}$	3	6	9	12	20
$P_{d\text{фл}}$	0,10	0,22	0,42	0,5	0,5

Как видно из этой таблицы, $P_{d\text{фл}}$ никогда не превышает величины 0,5.

Рассмотрение этого простого примера (впрочем, мало отличающегося от рассмотренного в § 4.6 случая) приводит к следующему выводу. При малых величинах

нах R_0 флуктуирующая цель обнаруживается лучше, чем нефлуктуирующая, тогда как при больших величинах R_0 вероятность обнаружения флуктуирующей цели значительно ниже. Теперь понятна физическая причина такого результата.

Предположим теперь, что операция по обнаружению цели происходит следующим образом. Имеется не один, а два идентичных передатчика, но работающих на различных частотах, и мощность каждого из них равна половине общей излучаемой мощности. Имеются также два отдельных приемника, на выходе одного из которых получается сигнал s_1 , соответствующий $R_0/2$ и сопровождаемый гауссовым шумом со стандартным отклонением, равным 1, а на выходе второго—сигнал s_2 , соответствующий $R_0/2$ и сопровождаемый гауссовым шумом со стандартным отклонением, равным 1.

Сигналы s_1 и s_2 имеют одинаковое распределение вероятности (s_1 и s_2 с вероятностью 0,5 равны или 0, или $\sqrt{R_0}$), но флуктуируют они независимо, если частоты передатчиков сильно различаются, а сопровождающие их шумы также независимы. Тогда, если сложить выходные сигналы обоих приемников, можно считать, что имеется или шум со стандартным отклонением, равным $\sqrt{2}$, и сигнал $s_3=s_1+s_2$, или если привести шум к стандартному отклонению, равному 1, и сигнал

$$s = s_1/\sqrt{2} + s_2/\sqrt{2}.$$

Над суммой сигнала s и шума можно произвести обычные операции (сравнение с порогом обнаружения, для которого $P_f=10^{-3}$). Спрашивается, что получится в этом случае?

Если считать, что:

— вероятность того, что $\frac{s_1}{\sqrt{2}} = 0$, равна 0,5;

— вероятность того, что $\frac{s_1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{R_0}{2}} = 0$, равна 0,5;

— вероятность того, что $\frac{s_2}{\sqrt{2}} = 0$, равна 0,5;

— вероятность того, что $\frac{s_2}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{R_0}{2}}$, равна 0,5;

то из этого следует:

- вероятность того, что $s=0$, равна 0,25;
- вероятность того, что $s=\sqrt{\frac{R_0}{2}}$, равна 0,5;
- вероятность того, что $s=\sqrt{2R_0}$, равна 0,25.

Средняя вероятность обнаружения флуктуирующей цели такой радиолокационной станцией равна сумме

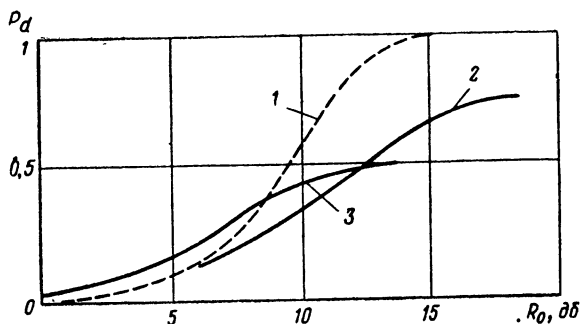


Рис. 4.22.

1 — нефлуктуирующая цель; 2 — сильно флуктуирующая цель (двухканальная радиолокационная станция с разнесенными частотами; суммирование сигналов до сравнения с порогом обнаружения); 3 — сильно флуктуирующая цель (одноканальная радиолокационная станция).

$(0,5 \times \text{вероятность обнаружения нефлуктуирующей цели при } R_0/2) + (0,25 \times \text{вероятность обнаружения нефлуктуирующей цели при } 2R_0)$.

Окончательные результаты представлены в таблице и на рис. 4.22.

$R_0, \text{ дБ}$	3	6	9	12	15	18	20
P_d	0,05	0,14	0,29	0,47	0,67	0,75	0,75

При той же излучаемой мощности радиолокационная станция, работающая на *разнесенных частотах* (два канала, выходные сигналы которых суммируются до сравнения с порогом обнаружения), позволяет значительно повысить вероятность обнаружения при сравнительно больших R_0 .

На рис. 4.23,а показано распределение вероятности амплитуды сигнала s в примере с радиолокационной станцией, работающей на одной частоте, а на рис. 4.23,б — в примере с радиолокационной станцией с разнесенными частотами.

Если теперь возвратиться к рассмотрению очень сложной цели, то логично ожидать, что применение радиолокационной станции с разнесенными частотами

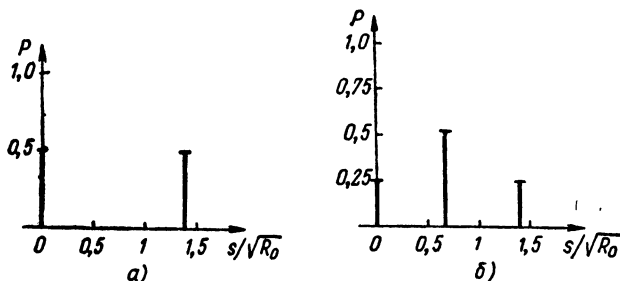


Рис. 4.23.

существенно изменит сплошную кривую на рис. 4.21, представляющую изменение вероятности обнаружения сложной цели, в зависимости от R_0 .

В этом вопросе можно относительно просто разобраться, если сравнить следующие случаи:

— распределение амплитуды $p_1(s)$ полезного сигнала (шум приведен к уровню, при котором его стандартное отклонение равно 1), отраженного от очень сложной цели при приеме обычной одночастотной радиолокационной станцией

$$p_1(s) = \frac{2s}{R_0} e^{-\frac{s^2}{R_0}} ;$$

— распределение амплитуды $p_1(s)$ полезного сигнала, отраженного от очень сложной цели при приеме радиолокационной станцией с двумя разнесенными по ча-

стоте каналами (суммирование до сравнения с порогом обнаружения)

$$p_1(s) = 2e^{-\frac{2s^2}{R_0}} \left[2 \frac{s}{R_0} e^{-\frac{2s^2}{R_0}} + \right. \\ \left. + \theta \left(\frac{s \sqrt{2}}{\sqrt{R_0}} \right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{4s^2}{R_0} - 1 \right) \right],$$

где $\theta(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt^*$;

-- распределение амплитуды $p_1(s)$ полезного сигнала от нефлуктуирующей цели.

На рис. 4.24 представлены кривые $p_1(s) \sqrt{R_0}$ в функции от $s/\sqrt{R_0}$ для этих трех случаев. Ход кривых пока-

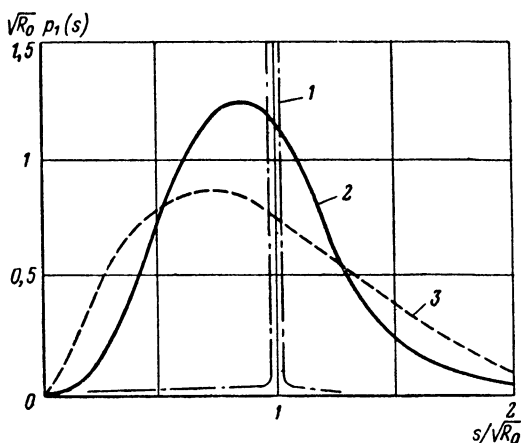


Рис. 4.24.

1 — нефлуктуирующая цель; 2 — очень сложная цель (радиолокационная станция с разнесенными частотами; суммирование сигналов до сравнения с порогом обнаружения); 3 — очень сложная цель (одноканальная радиолокационная станция).

зывает, что распределение амплитуды s в случае радиолокационной станции с разнесенными частотами приближается к соответствующему распределению для нефлуктуирующей цели.

* Эта формула и относительно сложный ее вывод сам по себе не представляет никакого интереса. Интерес представляет только пунктирная кривая на рис. 4.24.

Вычисление вероятности обнаружения для станции с разнесенными частотами производится на основании кривых рис. 4.24. Результаты вычисления приведены на рис. 4.21 (пунктирная кривая). Из приведенных данных можно сделать следующие выводы:

— при заданной вероятности обнаружения, равной 0,5 радиолокационная станция с разнесенными частотами почти не имеет преимуществ по сравнению с обычной станцией;

— при заданной вероятности обнаружения сложной цели, равной 0,9, двухканальная радиолокационная станция с разнесенными частотами позволяет снизить в среднем на 3 дБ излучаемую мощность (можно излучать 50% мощности, требуемой в случае радиолокационной станции без разнесения частот).

Ясно, что при изменении числа каналов радиолокационной станции с разнесенными частотами кривая зависимости $p_1(s)\sqrt{R_0}$ от $s/\sqrt{R_0}$ будет тем больше приближаться к соответствующей кривой для нефлуктуирующей цели, чем больше число каналов. Практически, *если число каналов больше четырех, можно считать, что все происходит, как при нефлуктуирующей цели**.

На рис. 4.25 дана возможная схема импульсной двухканальной радиолокационной станции с разнесенными частотами. Передатчик 1 излучает импульсы длительностью 4 мксек с мощностью 1 Мвт на частоте 3 000 Мгц в моменты времени 0, 4, 8, 12 мсек, ...

Передатчик 2 излучает импульсы длительностью 4 мксек с мощностью 1 Мвт на частоте 3 100 Мгц в моменты времени 8, 4008, 8008, 12 008 мксек, ...

Следовательно, антенный переключатель, антенна и весь сверхвысокочастотный волноводный тракт никогда не нагружаются на импульсную мощность, превышающую 1 Мвт, тогда как при одновременной работе передатчиков 1 и 2 мгновенная импульсная мощность

* Для уточнения следует сказать, что в действительности в этом случае все происходит как при нефлуктуирующей цели, имеющей постоянную эффективную отражающую поверхность, равную 0,8 от ее средней величины. Кроме того, можно также учесть, что потери от флуктуационного шума составят 1 дБ.

в этих элементах станции могла бы достигать в отдельные моменты 4 *Мвт*. Такое положение заставляет задерживать принимаемые сигналы на частоте 3 000 *Мгц* на 8 *мксек* до объединения выходных сигналов обоих приемников.

Получается эффект, аналогичный уменьшению флуктуации цели, наблюдаемый при *n* изменениях несущей

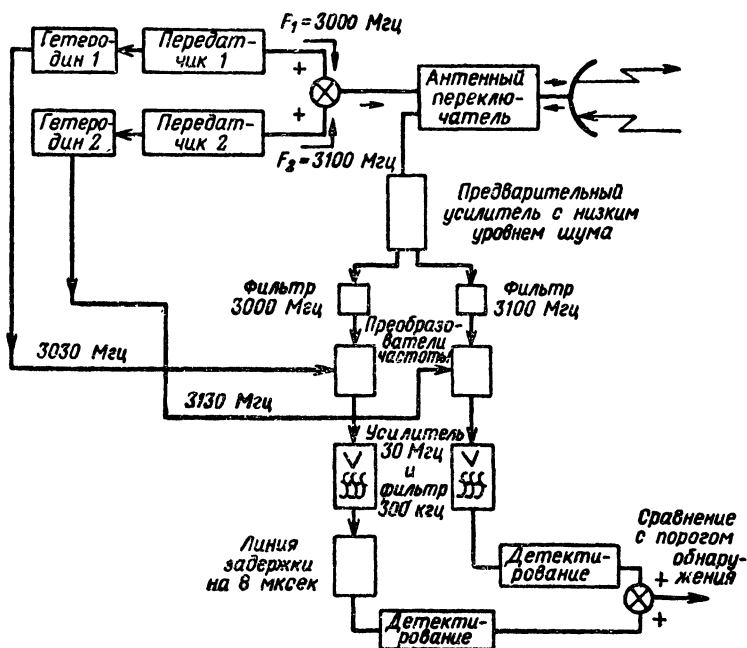


Рис. 4.25.

частоты излучаемого сигнала во время радиолокационного измерения. (Например, при излучении на *n* случайно выбранных частотах рабочего диапазона. Работающая по такому принципу радиолокационная станция называется станцией со «случайной» частотой.) В этом случае можно получить эффект, в известном смысле эквивалентный получаемому при *n*-канальной радиолокационной станции с разнесенными частотами.

Поэтому и для радиолокационной станции со случайной частотой, излучающей сигналы более чем на четырех различных частотах, *цель может рассматриваться за время измерения как нефлуктуирующая* *.

4.9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Когда имеется цель произвольной формы, можно с достаточной точностью определить ее среднюю эффективную отражающую поверхность на данной частоте, для данных ракурса и поляризации волн в свободном пространстве.

Сама же эффективная отражающая поверхность цели флуктуирует в ту и другую сторону от средней величины в общем случае медленно по сравнению со временем радиолокационного измерения (которое редко превышает несколько десятков миллисекунд; это не относится к радиолокационным станциям сопровождения, антенны которых постоянно направлены на цель).

Направление Δ на светящуюся точку флуктуирует в то же время, около среднего направления Δ_m , проходящего вблизи центра тяжести цели, так что Δ ближе к Δ_m , когда эффективная отражающая поверхность цели велика и может значительно отклониться от Δ_m , когда эта поверхность мала.

Эта корреляция между направлением на светящуюся точку и уровнем сигнала, принимаемого радиолокационной станцией, позволяет исключить большие ошибки в измерениях углов. Величина флуктуаций минимизируется, если при измерении используются несколько центральных частот, заметно отличающихся одна от другой, и практически сводится к нулю, когда число этих частот превышает 4.

Следует заметить, что, поскольку эффективная отражающая поверхность цели σ является случайной функцией времени, ей соответствует определенный спектр. Этот спектр обычно имеет простой вид: амплитуды его составляющих убывают довольно регулярно

* С постоянной эффективной отражающей поверхностью, несколько меньшей ее средней величины (на 1 дБ для сложной флуктуирующей цели и от 0 до 2 дБ в общем случае).

с повышением частоты. Однако, если цель имеет элементы, вращающиеся с определенной скоростью Ω (выраженной в радианах в секунду), например воздушные винты, лопасти компрессора и т. д., то спектр имеет на частоте Ω и ее гармониках 2Ω , 3Ω , ... пики, которые могут быть резко выражены (рис. 4.26).

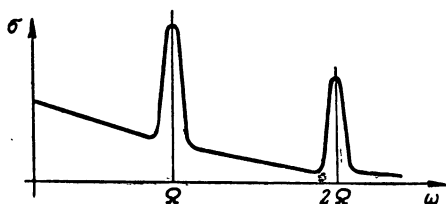


Рис. 4.26.

Все, что было сказано, справедливо только для бесконечного свободного пространства, для данных ракурса цели и поляризации волн. Практически имеются два ограничения, о которых нельзя забывать:

1) влияние земли может существенно изменить характер эффективной отражающей поверхности цели (низколетящей), в зависимости от коэффициента отражения почвы;

2) атмосфера поглощает в большей или меньшей степени энергию, излучаемую станцией и рассеиваемую целью (что надо учитывать в уравнении радиолокации).

Следует также помнить о том, что атмосфера может отражать радиоволны при известных условиях, а некоторые облака ведут себя как цели с очень большой эффективной отражающей поверхностью при линейной поляризации волн, вследствие чего находящиеся в них цели будут невидимыми. Этот эффект менее заметен при круговой поляризации волн (на этом основано использование круговой поляризации для «исключения влияния облаков»).

Если целью является не облако, а металлические объекты (самолеты, ракеты и т. д.), то интересно выяснить влияние различных видов поляризации на их обнаружение. Этот вопрос еще мало изучен. Однако можно считать, что средняя эффективная отражающая поверхность цели остается практически одинаковой (с точно-

стью до 50%) независимо от вида применяемой поляризации волн (горизонтальная, вертикальная, круговая).

Кроме того, специалисты по радиолокации должны также иметь в виду, что радиоволны распространяются не всегда прямолинейно; им должны быть известны явления тропосферной рефракции, отражения от ионосферы и т. д. *.

Важное примечание. Поскольку величина эффективной отражающей поверхности цели изменяется при изменении несущей частоты излучаемого сигнала, то легко прийти к выводу, что положение светящейся точки при этом также изменяется. Это означает, что если в течение времени, необходимого для измерения радиальной скорости цели, частота радиолокационной станции изменяется, то она фактически измеряет за это время скорость перемещения светящейся точки, которая может быть очень большой.

Поэтому нельзя исключить эхо-сигналы от неподвижных объектов, если частота излучения применяемой радиолокационной станции заметно изменяется за время измерения (например, более чем на $3 \cdot 10^{-3}$).

* Эти вопросы рассматриваются, в частности, в курсе лекций, прочитанных Мирбеком в Высшей электротехнической школе и Турелем в Высшей национальной школе авионавигации.

ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИЕЙ. РАБОТА РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИИ, ВЫПОЛНЯЮЩЕЙ НЕСКОЛЬКО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ. ЗОНА ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИИ

5.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О РАДИОЛОКАЦИОННОМ ИЗМЕРЕНИИ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ

Радиолокационная станция представляет собой, по определению, устройство для измерения расстояний до целей (хотя некоторые станции дают возможность измерять только радиальную скорость целей). Однако этого недостаточно для определения местоположения цели. Впрочем с самого начала развития радиолокации станции приспособлялись и для измерения, хотя бы грубого, направления на цель.

Дело в том, что во избежание излучения во время измерения очень большого количества энергии, нужно было сконцентрировать излучаемую энергию или в определенном направлении, или в той или иной плоскости.

Исторически это привело к созданию радиолокационных станций с направленными антеннами, излучающими максимум энергии в вертикальной полуплоскости и вращающимися вокруг вертикальной оси. Такая радиолокационная станция, получившая название *станции кругового обзора*, принимала заметный сигнал от цели только тогда, когда антенна была направлена на эту цель. Это позволяло (и еще позволяет) измерять приближенно азимут цели.

Приближенное измерение высоты цели можно осуществить аналогичным способом, но с помощью антенны, которая концентрирует энергию, в основном направленную в горизонтальной плоскости, и качается относительно оси, лежащей в этой плоскости и перпендикулярной к направлению на цель. Такая радиолокацион-

ная станция получила название *станции определения высоты цели*. Ее качающаяся антенна принимает максимальный сигнал от цели, когда цель находится в плоскости максимального излучения, что позволяет измерить угол места цели, а следовательно, и ее высоту (так как наклонная дальность известна).

В радиолокационных станциях сопровождения цели, предназначенных для непрерывного определения направления на одиночную цель, функции кругового обзора и определения высоты выполняются одновременно одной и той же антенной. Луч этой антенны, в котором сосредоточена излучаемая энергия, вращается вокруг некоторого направления Δ , образуя коническую поверхность вращения с осью Δ .

Для выполнения операции сопровождения необходимо, чтобы направление Δ всегда было направлением на цель. Это условие выполняется, если при вращении антенны принимаемый сигнал остается постоянным. Практически в такой радиолокационной станции, называемой *станцией со сканирующей антенной*, вращение луча антенны вокруг Δ достигается при помощи первичного облучателя, располагаемого в фокальной плоскости отражателя и несколько смещенного относительно Δ . Вращение этого облучателя вокруг оси Δ обеспечивает необходимое движение луча антенны по конусу.

С течением времени техника измерения угловых координат совершенствовалась по нескольким направлениям. К ним относятся:

- применение автоматических систем счета импульсов, например, в радиолокационных станциях кругового обзора;

- применение моноимпульсного метода измерения азимута или угла места, позволяющего одновременно измерять эти координаты, если заранее известна их приближенная величина;

- улучшение радиолокационных станций со сканирующей антенной.

5.1.1. Общее описание метода счета импульсов.

5.1.1.1. Рассмотрим радиолокационную станцию кругового обзора с непрерывным излучением, т. е. станцию, непрерывно принимающую сигнал от цели.

Усиление антенны (передающей или приемной) в данный момент времени изменяется в зависимости от

азимута, как показано схематически на рис. 5.1 (угол θ выражен в градусах). Максимум излучения соответствует $\theta = 0$.

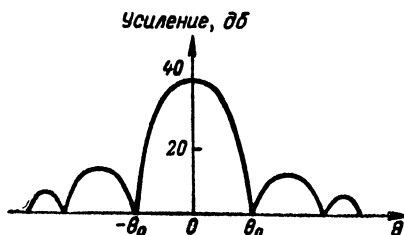


Рис. 5.1.

Если антенна вращается равномерно со скоростью V град/сек, уровень сигнала от цели изменяется во времени, как представлено на рис. 5.2.

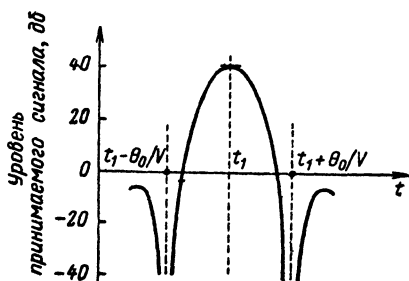


Рис. 5.2.

Принимаемый сигнал будет максимальным, когда азимут антенны равен азимуту цели, что происходит в определенный момент времени t_1 (это справедливо только для нефлуктуирующей или слабо флуктуирующей цели за время $2\theta_0/V$). Следовательно, измерение времени t_1 дает возможность измерить азимут цели.

Само собой разумеется, что если принимаемый сигнал вблизи максимума значительно превышает шум, измерение t_1 можно произвести с высокой точностью. Но

если величина R , равная R_m , в момент t_1 очень мала, то наличие шума вносит погрешность в измерение t_1 аналогично тому, что наблюдалось при измерении наклонной дальности или радиальной скорости. Другими словами, наличие шума вносит гауссову ошибку в измерение азимута цели, стандартное отклонение которой обратно пропорционально $\sqrt{R_m}$.

Если предположить теперь, что имеются две цели, которые не могут быть различены ни по разности их дальностей, ни по разности радиальных скоростей, то интересно выяснить, при каких условиях возможно их различить по азимуту. Данная проблема аналогична проблеме различения двух целей по их радиальной скорости. Это следует из того, что в данном случае изменение принимаемого сигнала от одной цели за время t является симметричной функцией относительно t_1 , а значит, может быть представлено параболой при малых значениях $(t-t_1)$. Таким образом, если две цели находятся на близких азимутах, то принимаемый сигнал от каждой из них изменяется во времени по параболическому закону и сумма обоих сигналов изменяется также по параболе.

Из этого следует, что *угловая разрешающая способность радиолокационной станции не зависит от энергии принимаемого сигнала.*

Примечание. Практически принимаемый от цели сигнал чаще всего можно представить в форме

$$y(\theta) = K e^{-2,8 \frac{\theta^2}{\alpha^2}},$$

где α — угловая ширина главного лепестка диаграммы направленности антенны на уровне 3 дБ (при передаче или при приеме, если одна и та же антенна используется для передачи и для приема).

Это выражение справедливо для малых отношений θ/α .

Выражение для сигнала как функции времени можно, следовательно, написать в виде

$$y(t) = K e^{-2,8 \frac{V^2 t^2}{\alpha^2}}.$$

Если воспользоваться формулой (2.17) для определения времени, которое должно разделять два сигнала, для того чтобы их можно было различить, то можно найти, что временной интервал между сигналами должен быть равен

$$0,75 \frac{\alpha}{V}.$$

Отсюда угловая разрешающая способность станции равна $0,75 \alpha$.

При общей антенне, используемой для передачи и приема, радиолокационная станция кругового обзора может различать две цели по разности их азимутов только при условии, если эта разность превышает три четверти ширины главного лепестка диаграммы направленности антенны в азимутальной плоскости на уровне 3 дБ. (Само собой разумеется, что цели могут различаться по их радиальной скорости или по наклонной дальности, даже если они находятся на одном азимуте. Это замечание, основанное на здравом смысле, не является бесполезным.)

5.1.1.2. Когда рассматривается классическая импульсная радиолокационная станция, то нельзя сказать, что она непрерывно принимает сигнал от цели. В этом случае принимаются только дискретные значения сигнала (кривая рис. 5.2), следующие через временные интервалы, равные периоду повторения импульсов. При этом наиболее вероятное положение максимума определяется вычислительным устройством, выполняющим операцию, которую принято называть «счетом импульсов» (см. § 5.2).

5.1.2. Общее описание моноимпульсной радиолокационной станции. На рис. 5.3 показана диаграмма направленности в вертикальной плоскости антенны радиолокационной станции кругового обзора. Такую диаграмму можно получить, если поместить в фокусе параболического отражателя один первичный облучатель (отражатель слегка деформируется для получения косеканс-квадратичной диаграммы).



Рис. 5.3.

Предположим теперь, что антенна состоит из параболического отражателя и двух рупоров, симметрично расположенных в одной вертикальной плоскости по обе стороны фокуса (рис. 5.4). Ясно, что при идентичном излучении двух первичных источников приемники 1 и 2

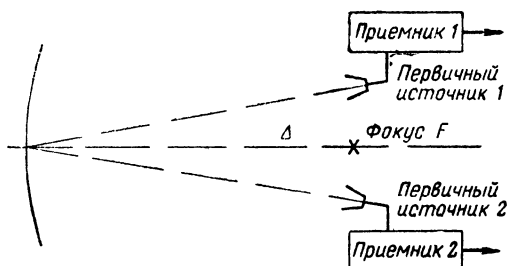


Рис. 5.4.

примут от цели, находящейся на оси Δ , два сигнала с одинаковыми амплитудами и фазами. И наоборот, от цели, не находящейся на оси Δ , приемники 1 и 2 примут сигналы, отличающиеся в общем случае один от другого и по амплитуде и по фазе.

Сравнение по фазе или амплитуде сигналов, принятых одновременно* приемниками 1 и 2, позволит, следовательно, определить угол места цели. Диаграмма направленности антенны в этом случае имеет вид, представленный на рис. 5.5.



Рис. 5.5.

Таким образом, за каждый период частоты повторения можно измерять угол места цели при ее прохождении в луче антенны. Конечно, такое измерение воз-

можно только тогда, когда принимаемые двумя приемниками сигналы имеют достаточно высокий уровень. В противном случае вместо сравнения фаз сигналов бу-

* Название *моноимпульсная* или *одноимпульсная* объясняется тем, что измерение производится по одновременно принятым сигналам, соответствующим *одному* и тому же переданному сигналу.

дет происходить сравнение фаз или уровней шума приемников, что имеет весьма отдаленную связь с углом места цели.

Следовательно, априори можно сказать, что результаты измерения угла места цели таким методом, названным моноимпульсным, имеют смысл только при достаточно большой величине R в каждом приемном канале, т. е. когда антенна направлена на цель.

Ничто не мешает, впрочем, взять n рупоров и расположить их на фокальной линии отражателя для получения n приемных каналов. При этом производится одновременное сравнение сигналов в каналах

$$\begin{array}{c} 1 \text{ и } 2 \\ 2 \text{ и } 3 \\ n-1 \text{ и } n. \end{array}$$

В этом случае, если наибольший уровень принятого сигнала будет, например, в канале 4, уровень сигнала в канале 3 — довольно высокий, в канале 5 — низкий, а сигналы в остальных каналах — очень слабы, то должно быть сделано заключение, что направление на цель находится вблизи оси Δ_{34} антенных лучей 3 и 4. Сравнение сигналов 3 и 4 даст точное значение угла места цели.

Но предположим теперь, что имеются две цели A и B , которые нельзя различить ни по их наклонной дальности, ни по радиальной скорости, ни по азимуту, причем цель A находится на оси Δ_{23} , а цель B — на оси Δ_{45} . При этом

приемник 2 принимает заметный сигнал от цели A ,
приемник 3 принимает заметный сигнал от цели A ,
приемник 4 принимает заметный сигнал от цели B ,
приемник 5 принимает заметный сигнал от цели B .

Сравнение сигналов 2 и 3 и сигналов 4 и 5 имеет смысл (для уточнения угла места), тогда как сравнение сигналов 3 и 4 ничего не дает.

Но в действительности очень трудно знать, сравнения каких сигналов имеют в данном случае смысл, а каких — нет. С некоторой оговоркой можно сказать, что разрешающая способность по углу места не лучше, чем угол между двумя осями $\Delta_{j-1, j}$ и $\Delta_{j+1, j+2}$.

Наконец, из данного примера следует, что нужно рассматривать зону неопределенности, в пределах кото-

рой невозможно различить две цели в четырехмерном пространстве — наклонная дальность, радиальная скорость, азимут, угол места.

5.1.3. Флуктуации светящейся точки. По мере того как методы радиолокационного измерения угловых координат становились все более точными, операторы станций стали обнаруживать непонятные явления. Например, когда самолет летит по прямой в направлении на радиолокационную станцию, угол, измеряемый станцией «как бы по настроению», скачкообразно меняется. В среднем станция измеряет угол, соответствующий направлению на самолет, но иногда показывает совершенно ошибочное направление.

Конечно, когда речь идет о самолете с размахом крыльев 20 м, находящемся на расстоянии 10 000 м от радиолокационной станции, то следует ожидать, что направление на него не может быть определено с точностью, лучшей 2 *мрад*. Поэтому и соответствующий данному направлению угол не может быть измерен с погрешностью, меньшей 2 *мрад*. Это следует из известного в физике факта, что нельзя измерить с ошибкой, меньшей ϵ , величину, которая не может быть определена с точностью, лучшей ϵ (об этом не всегда помнят). Но когда рассматривается точная и дорогая радиолокационная станция, то, конечно, является неприятной неожиданностью возможность иногда производить измерения с большими ошибками.

Только после того, как было установлено, что моменты неточных измерений достаточно хорошо совпадают с моментами, когда принимаемый сигнал имеет минимальную величину, пришли к заключению, что радиолокационная станция фактически измеряет не направление на цель, а направление нормали к поверхности равной фазы волны, переизлучаемой целью, или направление на светящуюся точку. Это направление может сильно отличаться от истинного направления на цель именно тогда, когда принимаемый сигнал минимален (см. гл. 4).

Вернемся к измерению углов радиолокационной станцией, в которой применяется или не применяется счет импульсов. Напомним сначала, что если (как это было показано в гл. 4) амплитуда поля на поверхности

равной фазы изменяется, то эти изменения происходят очень медленно и можно считать, что поле во всех точках приемной антенны постоянно. Отсюда следует, что при вращении приемной антенны вокруг фиксированной точки принимаемый сигнал будет максимальным, когда все точки антенны возбуждаются полем излучения синфазно, т. е. когда ее поверхность находится в плоскости, касательной к поверхности равной фазы волны.

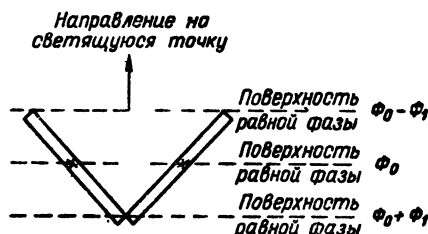


Рис. 5.6.

При вращении антенны радиолокационной станции кругового обзора вокруг вертикальной оси максимальный сигнал получается тогда, когда ее главная плоскость излучения имеет азимут, соответствующий направлению на светящуюся точку цели (нормали к поверхности равной фазы и т. д.).

Учитывая, кроме того, что поверхности равной фазы параллельны, можно объяснить постоянство уровня принимаемого сигнала за период вращения антенны по конусу (если этот период мал по сравнению с периодом флуктуации цели), когда ось конуса направлена на светящуюся точку.

В случае моноимпульсной радиолокационной станции с двумя приемниками все происходит так, как если бы имелись две идентичные приемные антенны, центры которых в частном случае совпадают (или не совпадают) и направления антенн параллельны (или не параллельны).

Когда направление на светящуюся точку находится в плоскости, делящей угол между приемными антеннами пополам, то принимаемые ими сигналы будут иметь одинаковый уровень и одинаковую фазу (рис. 5.6). И наоборот, если в общем случае направление на све-

тящуюся точку не находится в плоскости, делящей угол между приемными антеннами пополам, то принимаемые ими сигналы будут иметь различные уровни и фазы. На рис. 5.7 видно, что на поверхности приемной антенны 1 напряженность поля имеет разные фазы в различных точках и результирующая напряженность поля мала (ее фаза равна Φ_1). На поверхности же приемной антенны 2 напряженность поля имеет почти одинаковую

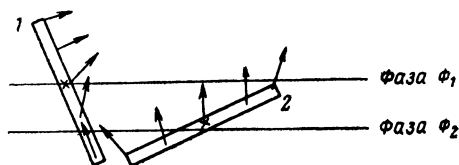


Рис. 5.7.

фазу в различных точках. Поэтому результирующая напряженность поля имеет большую величину и фазу Φ_2 .

Из сказанного следует, что возможны два различных способа определения направления на светящуюся точку:

— или по равенству фаз сигналов, принимаемых двумя антеннами;

— или по равенству уровней сигналов, принимаемых двумя антеннами.

Однако независимо от способа измерения, в общем случае (когда размеры приемной антенны малы по сравнению с неравномерностями поверхностей равной фазы волны, переизлученной целью) моноимпульсная радиолокационная станция будет определять направление на светящуюся точку.

5.1.4. Погрешность измерения угловых координат радиолокационной станцией. Ошибки измерения углов радиолокационной станцией объясняются, в основном, четырьмя различными причинами:

1) флуктуациями светящейся точки, влияние которых можно снизить при использовании радиолокационных станций с разнесенными частотами или со случайной сменой частот;

2) расхождениями между теорией и практикой (искажениями диаграммы направленности антенны, недостатками приемника и т. п.);

3) влиянием параметров измерительной системы (шириной диаграммы направленности, критерием счета импульсов и т. д.);

4) влиянием шума, сопровождающего полезную информацию.

В следующих параграфах первая причина не рассматривается, вторая затрагивается частично, а третья и четвертая детально изучаются на конкретных примерах.

5.2. РАБОТА РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИИ, ВЫПОЛНЯЮЩЕЙ НЕСКОЛЬКО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ. СЧЕТ ИМПУЛЬСОВ. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВЫХ КООР- ДИНАТ ПО МЕТОДУ СЧЕТА ИМПУЛЬСОВ

5.2.1 Когерентная радиолокационная станция, производящая несколько последовательных измерений при отсутствии эффекта Доплера и флуктуаций цели. Предположим для простоты, что радиолокационная станция выполняет в общем n идентичных измерений (в частности, усиление антенны в направлении на цель не изменяется за время n измерений). Каждое из этих элементарных измерений имеет продолжительность T' и соответствует определенному значению R . Это значит, что в процессе измерения принимается полезный сигнал с амплитудой \sqrt{R} , сопровождаемый гауссовым шумом со стандартным отклонением, равным 1.

Если суммарное время измерений T меньше $1/f_D$ (где f_D — погрешность в измерении доплеровской частоты цели), то можно суммировать n принятых сигналов. При этом получится полезный сигнал с амплитудой $n\sqrt{R}$, к которому прибавляется гауссов шум со стандартным отклонением, равным \sqrt{n} , т. е. все происходит так, как будто был принят полезный сигнал с амплитудой \sqrt{nR} , сопровождаемый гауссовым шумом со стандартным отклонением, равным 1. Иначе говоря, все происходит так,

как если бы энергия принятого сигнала равнялась суммарной энергии, принятой за суммарное время измерений.

Результаты, полученные в гл. 3, остаются, следовательно, справедливыми независимо от того производятся ли измерения непрерывно в течение времени T или в течение n временных интервалов длительностью T' , причем $nT' < T$.

Не следует упускать из виду, что если речь идет о классической импульсной станции, то:

— разность частот гетеродина и передатчика (см. рис. 3.2) за время измерения T должна быть строго постоянной, т. е. изменения ее должны быть значительно меньше $1/T$;

— суммирование сигналов производится до *детектирования* (в этом случае говорят, что в приемнике производится когерентное интегрирование, а классическая радиолокационная станция, удовлетворяющая первому из приведенных условий, называется когерентной).

К станции с корреляционным приемом, аналогичной описанной в § 3.1, не предъявляется никаких дополнительных требований.

5.2.2. Когерентная радиолокационная станция, производящая несколько последовательных измерений при наличии эффекта Доплера и отсутствии флуктуаций цели. Обобщения. Последетекторное интегрирование. В дальнейшем будем предполагать, что радиолокационная станция когерентная, усиление антенны в направлении на цель не изменяется за полное время измерения T , цель не флуктуирует за время T . Также считается, что цель имеет нулевую радиальную скорость, но вместе с тем вызывает доплеровское смещение частоты f_D (доплеровская частота известна с погрешностью f_D).

Рассмотрим (исключительно для упрощения изложения) радиолокационную станцию, излучающую во время каждого элементарного измерения длительностью T' сигнал с постоянной амплитудой и частотой f , причем длительность T' очень мала по сравнению с $1/f_D$ (но, очевидно, значительно больше $1/f$, что всегда выполняется), т. е.

$$\frac{1}{f} \ll T' \ll \frac{1}{f_D}.$$

Первое измерение производится за время от $t=0$ до $t=T'$;

второе измерение производится за время от $t=t_1$ до t_1+T' ;

.....

k -е измерение производится за время от $t=t_{k-1}$ до $t=t_{k-1}+T'$;

n -е измерение производится за время от $t=t_{n-1}$ до $t=t_{n-1}+T'$.

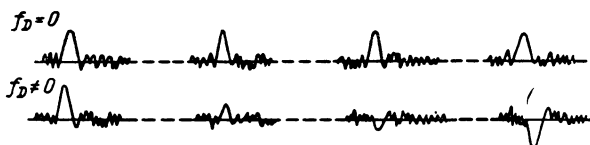


Рис. 5.8.

Выходной сигнал радиолокационной станции равен с точностью до коэффициента интегралу за время элементарного измерения от произведения $\cos(2\pi f t)$ на $A \cos[2\pi(f+f_D)t]$ + шум. Отсюда следует, что получается полезный сигнал, равный

$$\int_{t_{k-1}}^{t_{k-1}+T'} A \cos[2\pi(f+f_D)t] \cos(2\pi f t) dt = B \cos(2\pi f_D t_{k-1}),$$

и выходной шум.

Полезный сигнал, следовательно, можно записать в виде $\sqrt{R} \cos(2\pi f_D t_{k-1})$, который при $f_D=0$ равен \sqrt{R} . Сигнал сопровождается гауссовым шумом со стандартным отклонением, равным 1 (рис. 5.8).

Таким образом, если общая длительность n элементарных измерений велика по сравнению с $1/f_D$, т. е. $T > 1/f_D$, то при суммировании сигналов будут складываться величины, имеющие то положительные, то отрицательные значения и в общем случае в результате суммирования получается квазинулевой результат, тогда как при суммировании шума получается шум со стандартным отклонением, равным \sqrt{n} .

Следовательно, если общая длительность измерения T велика по сравнению с $1/f_D$, то ничего не выигрывается при так называемом когерентном интегрировании n элементарных измерений за время T , а, наоборот, даже теряется. В таком случае обычно осуществляют детектирование элементарных сигналов после чего их суммируют. Эту операцию называют некогерентным последетекторным интегрированием.

Детектированию подвергаются сигналы промежуточной частоты, т. е. вместо сигналов вида

$$\sqrt{R} \cos(2\pi f_0 t_{k-1}) C(t) + b_{k-1}(t)$$

где $b_{k-1}(t)$ — шум,

при k -ом измерении на детектор поступают сигналы вида

$$\sqrt{R} \cos[2\pi(f_i + f_D)t_{k-1}] C(t) + b_{k-1}(t) \cos(2\pi f_i t),$$

где f_i — промежуточная частота;

$C(t) = 1$ за время длительности сигнала и — нулю в остальное время.

Хотя характеристика детектора в общем случае имеет сложную форму, можно принять, что она квадратичная. Это, с одной стороны, близко к применяемым в практике схемам, а с другой — упрощает расчеты. Таким образом, предполагается, что при $T > 1/f_D$ элементарные сигналы возводятся в квадрат (составляющие высших частот отфильтровываются) и затем суммируются.

После квадратичного детектирования и отфильтровывания составляющих высших частот получается сигнал вида

$$RC^2(t) + 2C(t) \sqrt{R} b_{k-1}(t) \cos(2\pi f_D t_{k-1}) + b_{k-1}^2(t).$$

В этом выражении:

$RC^2(t)$ равно R за время длительности сигнала и нулю в остальное время;

$2C(t) \sqrt{R} b_{k-1}(t) \cos(2\pi f_D t_{k-1})$ за время длительности сигнала представляет собой случайную величину со сред-

ним значением, равным нулю, и стандартным отклонением $\sqrt{2R}$. В остальное время этот член равен нулю;

$b_{k-1}^2(t)$ — также случайная, но не гауссова переменная, среднее значение которой равно единице*.

Таким образом, после квадратичного детектирования, суммирования n сигналов и отделения постоянной составляющей (среднего значения $b_{k-1}^2(t)$) при достаточном большом n получается:

1) за время длительности сигнала

— составляющая со значением nR ,

— случайная гауссова составляющая с нулевым средним значением и стандартным отклонением, равным $\sqrt{2nR}$,

— случайная (не гауссова) составляющая $D(t)$ с нулевым средним значением;

2) при отсутствии сигнала только последняя составляющая $D(t)$.

Изучение свойств составляющей $D(t)$ упрощается, если предположить, что число измерений n достаточно велико.

* Нетрудно найти распределение b_{k-1}^2 . Действительно, поскольку b_{k-1} — гауссова переменная со средним значением, равным нулю, и дисперсией, равной единице, то

$$p(b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{b^2}{2}}.$$

Из равенства

$$p(b^2) db^2 = p(b) db$$

находим

$$p(b^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} b} e^{-\frac{b^2}{2}}.$$

Обозначая $b^2 = s$, получим

$$p(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} e^{-\frac{s}{2}},$$

откуда среднее значение равно

$$\bar{s} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{s}{\sqrt{s}} e^{-\frac{s}{2}} ds = 1.$$

(Прим. ред.)

Действительно, если n мало, составляющая $D(t)$ представляет собой случайную переменную с нулевым средним значением, но с распределением, отличным от гауссова. Для иллюстрации приведем значения ее центральных моментов при $n=1$:

- второй момент равен 2
- третий момент равен 8
- четвертый момент равен 60.

Примечание редактора. По определению, моментом k -го порядка случайной переменной x называется выражение

$$\overline{x^k} = \int x^k p(x) dx,$$

где $p(x)$ плотность вероятности, а пределы интеграла соответствуют возможным пределам изменения случайной переменной.

Центральным моментом k -го порядка называется выражение

$$M_k = \overline{(x - \bar{x})^k},$$

где \bar{x} — момент первого порядка или, что то же, среднее значение переменной x .

Развертывая выражение в скобках по биному Ньютона получим

$$\begin{aligned} M_k &= \overline{\left[x^k + \frac{k}{1} x^{k-1} \bar{x} + \frac{k(k-1)}{1 \cdot 2} x^{k-2} (\bar{x})^2 + \dots + (\bar{x})^k \right]} = \\ &= \overline{x^k} + \frac{k}{1} \overline{x^{k-1}} \bar{x} + \frac{k(k-1)}{1 \cdot 2} \overline{x^{k-2}} (\bar{x})^2 + \dots + (\bar{x})^k. \end{aligned}$$

Таким образом, зная моменты случайной переменной, можно вычислить ее центральные моменты.

Для случая $n=1$ плотность вероятности переменной D совпадает с последней формулой сноски на стр. 171. Следовательно,

$$\overline{D^k} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty s^{k-\frac{1}{2}} e^{-\frac{s}{2}} ds.$$

Полагая $s^{k-\frac{1}{2}} = u$; $e^{-\frac{s}{2}} ds = dv$ и интегрируя по частям, получим

$$\overline{D^k} = 2 \left(k - \frac{1}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty s^{k-1-\frac{1}{2}} e^{-\frac{s}{2}} ds = 2 \left(k - \frac{1}{2} \right) \overline{D^{k-1}},$$

применяя эту формулу, найдем

$$\begin{aligned}\bar{D}^k &= 2^k \left(k - \frac{1}{2}\right) \left(k - 1 - \frac{1}{2}\right) \dots \left(2 - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \\ &\times \int_0^\infty s^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{s}{2}} ds = (2k-1)(2k-3) \dots 3 \cdot 1,\end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned}\bar{D} &= 1; \quad \bar{D}^2 = 3; \quad \bar{D}^3 = 15; \quad \bar{D}^4 = 105 \\ M_2 &= 2; \quad M_3 = 8; \quad M_4 = 60.\end{aligned}$$

В то же время если бы случайная переменная была гауссовой с таким же вторым моментом, то ее третий момент был бы равен нулю, а четвертый момент — 12.

Но при возрастании n распределение амплитуд $D(t)$ приближается к гауссову со стандартным отклонением, равным $\sqrt{2n}$.

Следовательно, можно сделать вывод, что при достаточно большом n^* все происходит так, как если бы имели место:

1) за время длительности сигнала

— составляющая $\frac{R\sqrt{n}}{\sqrt{2}}$,

— случайная гауссова составляющая с нулевым средним значением и стандартным отклонением, равным \sqrt{R} , если R велико по сравнению с 1, и равным 1, если R мало по сравнению с 1 (в общем случае равным $\sqrt{R+1}$);

2) в остальное время случайная гауссова составляющая с нулевым средним значением и стандартным отклонением, равным 1.

Для того чтобы получить вероятность ложной тревоги $P_f = 10^{-3}$, нужно порог обнаружения принять равным 3 (т. е. принимать во внимание только сигналы с амплитудой, превышающей 3)** . Это означает, что вероятность

* Можно считать, что это имеет место при

$n > 5$, если $P_f \approx 10^{-3}$,

$n > 10$, если $P_f \approx 10^{-5}$,

$n > 20$, если $P_f \approx 10^{-10}$.

** Если допустить, что вероятность ложной тревоги равна 10^{-2} , порог обнаружения будет равен приблизительно 2,35.

обнаружения равна вероятности превышения случайной гауссовой переменной с нулевым средним значением (и стандартным отклонением $\sqrt{R+1}$) уровня $3 - \frac{R\sqrt{n}}{\sqrt{2}}$.

Таким образом, вероятность обнаружения, равная 0,5, получается при условии, что

$$3 - \frac{R\sqrt{n}}{\sqrt{2}} = 0,$$

откуда

$$R = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{n}} = \frac{4,3}{\sqrt{n}}. \quad (5.1)$$

Попутно можно заметить, что для заданной вероятности ложной тревоги, отличающейся от 10^{-3} , получено общее выражение

$$R = \frac{k}{\sqrt{n}}.$$

Например, для вероятности ложной тревоги, равной 10^{-2} ,

$$R \approx \frac{3,3}{\sqrt{n}}. \quad (5.2)$$

Следует вспомнить, что говорилось в гл. 2 о случае, когда сигналы сравнивались с порогом обнаружения до детектирования и обрабатывались результаты одного измерения. Тогда было найдено, что вероятность обнаружения при вероятности ложной тревоги 10^{-3} была вероятностью превышения уровня $3 - \sqrt{R}$ случайной составляющей с нулевым средним значением и стандартным отклонением, равным 1.

Вероятность обнаружения, равная 0,5, получается в этом случае при

$$\sqrt{R} = 3 \text{ или } R = 9.$$

Как видно, этот результат с точностью до 0,2 *дб* равен удвоенной величине, получаемой по формуле (5.1), при $n=1$.

Если рассмотреть вероятность обнаружения $P_d=0,5$ при вероятности ложной тревоги $P_f=10^{-2}$, то можно найти, что ей соответствует

$$\sqrt{R}=2,33 \text{ или } R=5,6,$$

т. е. результат с точностью до 0,7дб, равный удвоенной величине, получаемой по формуле (5.2). В заключение можно сформулировать следующие, вытекающие из сказанного выше правила:

I. Если после квадратичного детектирования производится интегрирование достаточно большого числа n элементарных измерений, то энергия, принимаемая за время одного элементарного измерения, необходимая для получения вероятности обнаружения, равной 0,5, убывает пропорционально $1/\sqrt{n}$.

II. Если радиолокационная станция когерентная и погрешность определения доплеровской частоты цели превышает величину, обратную полному времени измерения, и если при заданной вероятности ложной тревоги, равной 10^{-3} , производится достаточно большое число элементарных измерений (с интегрированием после квадратичного детектирования), то энергия, принимаемая за время одного такого измерения, требуемая для получения вероятности обнаружения 0,5 равна энергии, необходимой при выполнении станцией только одного элементарного измерения (когерентного), деленной на $2\sqrt{n}$ *.

III. Предыдущее правило остается практически верным для вероятностей обнаружения, близких к 0,5 (включающихся в пределах от 0,3 до 0,9) с точностью 1—2 дб.

Примечание. Легко понять, что классическая некогерентная радиолокационная станция подтверждает все эти правила при любой погрешности данных о доплеровском эффекте цели.

Если цель флуктуирующая, но флуктуации за полное время измерения практически отсутствуют, приведенные теоремы также подтверждаются, причем все рассуждения остаются в силе.

* Как отмечалось в сноске на стр. 173, это верно только при $n > 5$. При $P_f=10^{-5}$ вместо $2\sqrt{n}$ получится $3\sqrt{n}$ (и n должно быть больше 10).

Если цель флуктуирующая и ее флуктуации за полное время измерений очень заметны, то к выигрышу, получаемому за счет интегрирования сигналов, еще добавляется выигрыш, получаемый вследствие того, что радиолокационная станция действует при этом как станция с разнесенными частотами или со случайной сменой частот (гл. 4).

Выводы

Если радиолокационная станция некогерентная или если доплеровская частота известна только приближенно, то когерентное интегрирование неприменимо. Когерентное интегрирование позволяет уменьшить излучаемую мощность в соответствии с числом элементарных измерений.

Когда нельзя применить когерентное интегрирование, нужно осуществлять детектирование до интегрирования элементарных измерений. Если детектирование квадратичное и число элементарных измерений достаточно велико, последетекторное интегрирование позволяет уменьшить излучаемую мощность в отношении $1:2\sqrt{n}$ или $1:3\sqrt{n}$, где n — число элементарных измерений.

Эти выводы становятся недействительными, если:

- заданная вероятность ложной тревоги или очень мала, или очень велика (сильно отличается от 10^{-3});
- заданная вероятность обнаружения или очень мала, или очень велика (сильно отличается от 0,5) *.

5.2.3. Применение критериев обнаружения. Рассмотренный выше метод радиолокации состоит, как мы видели, в суммировании после детектирования сигналов, получаемых при элементарных измерениях, и в сравнении их суммы с пороговым уровнем обнаружения.

* Для дальнейшего уточнения нужно обратиться к кривым, рассчитанным Дж. Маркусом и опубликованным в 1948 и 1952 гг., или выполнить строгие вычисления по методу, использованному в § 5.2.2 при условии, что n достаточно велико (см. сделанные выше замечания). В первом приближении, когда n мало, последетекторное интегрирование позволяет уменьшить излучаемую энергию в n раз.

Этот метод практически легко реализуем, и поэтому он нашел наибольшее применение. Но следует иметь в виду, что он не единственно возможный.

Можно представить себе другой метод:

— детектирование сигналов, полученных при элементарных измерениях;

— последующее сравнение их с порогом обнаружения;

— применение более или менее сложного правила игры с помощью вычислительного устройства (например, цифровой вычислительной машины).

Предположим, например, что имеется радиолокационная станция, выполняющая 15 последовательных измерений. Их можно разбить на три группы по 5 последовательных измерений в каждой. Каждая из этих групп дает промежуточное измерение, т. е. детектирование (квадратичное), суммирование пяти сигналов и сравнение суммы с порогом обнаружения.

Правило игры для вычислительного устройства будет состоять в следующем: заключение о наличии цели делается тогда, когда три промежуточных измерения для одного и того же места дают положительный результат, т. е. сигнал превышает порог обнаружения. Это можно представить в виде следующей таблицы.

1-й сигнал—детектирование	}	суммирование, сравнение с порогом обнаружения	} Правило игры: считается, что цель присутствует, когда каждое из трех промежу- точных измере- ний дает сигнал для одного и то- го же места.
5-й сигнал—детектирование			
6-й сигнал—детектирование	}	суммирование, сравнение с порогом обнаружения	
10-й сигнал—детектирование			
11-й сигнал—детектирование	}	суммирование, сравнение с порогом обнаружения	
15-й сигнал—детектирование			

Следовательно, для получения при таком методе обработки вероятности обнаружения, равной 0,5, требуется, чтобы каждое промежуточное измерение давало вероятность обнаружения $(0,5)^{1/3}$ или 0,8.

Результирующая вероятность ложной тревоги (называемая еще «вероятностью ложного целеуказания») равна кубу вероятности ложной тревоги промежуточно-

го измерения. Следовательно, если задана вероятность ложного целеуказания, равная 10^{-3} , то нужно установить порог обнаружения, при котором элементарное измерение будет давать вероятность ложной тревоги 0,1.

Наконец, величина R (элементарного измерения) должна быть такой, чтобы для 5 измерений получалась вероятность обнаружения 0,8 при вероятности ложной тревоги 0,1, а для 15 измерений в конечном счете — вероятность обнаружения 0,5 при вероятности ложной тревоги 10^{-3} .

Можно найти, что этот результат получается при $R=1,8$ (2,5 дб), тогда как при непосредственном интегрировании с помощью сложения n измерений до сравнения с порогом обнаружения получилось бы [по формуле (5.1)].

$$R = \frac{4.3}{\sqrt{15}} = 1,1 \text{ (0,5 дб)}.$$

Таким образом, описанный метод приводит к потере 2 дб при вероятности обнаружения 0,5 и вероятности ложной тревоги, равной 10^{-3} . Следовательно, выбранное правило игры («критерий обнаружения») нельзя признать хорошим.

Предположим теперь, что критерий обнаружения (правило игры) изменен и состоит в следующем: для принятия решения о наличии цели необходимо и достаточно, чтобы одна группа из пяти измерений давала положительный результат.

Тогда для получения вероятности обнаружения, равной 0,5, требуется, чтобы каждое промежуточное измерение давало вероятность обнаружения P_{di} , определяемую из соотношения

$$0,5 = 1 - (1 - P_{di})^5,$$

откуда

$$P_{di} = 0,2.$$

Для обеспечения в такой системе вероятности ложной тревоги, равной 10^{-3} , нужно, чтобы каждое промежуточное измерение обладало вероятностью ложной тревоги P_{fi} , удовлетворяющей соотношению

$$10^{-3} = 1 - (1 - P_{fi})^5$$

или

$$p_{fi} = 0,3 \cdot 10^{-3}.$$

Новое правило приводит к нахождению величины R (для элементарного измерения), при которой:

— для 5 измерений получается вероятность обнаружения 0,2 при вероятности ложной тревоги $0,3 \cdot 10^{-3}$;

— для 15 измерений в конечном счете получается вероятность обнаружения 0,5 при вероятности ложной тревоги 10^{-3} .

Можно найти, что этот результат получится при $R=1,3$ (1 дб), т. е. принятый критерий обнаружения приводит к потере только 0,5 дб по сравнению с методом интегрирования сигналов до сравнения их с порогом обнаружения.

Из этих примеров следует, что применение критериев обнаружения, позволяющее осуществлять интегрирование при помощи логических операций (использование дискретных арифметических устройств, или, как их еще называют, устройств для обработки сигналов) может при правильном их выборе дать те же результаты, что и «интегрирование» с помощью аналоговых (непрерывных) устройств (до сравнения с порогом обнаружения).

5.2.4. Измерение угловых координат по методу счета импульсов. Возвратимся к проблеме измерений, поставленной в § 5.1.1, в связи с рассмотрением радиолокационной станции *кругового обзора* с общей антенной для передачи и приема, вращающейся со скоростью V град/сек и имеющей ширину луча в азимутальной плоскости на уровне 3 дб, равную α^0 . Станция выполняет кратковременные измерения (несколько микросекунд) с частотой повторения f (порядка 100—1000 гц). Таким образом, за время прохождения цели в луче антенны выполняется $\alpha f/V$ измерений.

Численный пример. При $f=250$ гц, $\alpha=1^0$, $V=36$ град/сек, получим

$$\frac{\alpha f}{V} = 7.$$

Таким образом, при вращении антенны выполняются измерения каждые $1/f$ сек, но, когда направление максимального излучения не проходит вблизи направления на цель, измерения производятся при малых величинах R . Напротив, когда направление максимального излучения антенны близко к направлению на цель, измерения

производятся при больших R , причем максимальное значение R равно R_m . Уточним, что за каждый оборот антенны величина R превышает величину $R_m/4$ только при $\alpha f/V$ последовательных измерениях.

5.2.4.1. Предположим, что при тех же условиях радиолокационная станция когерентная, цель не вызывает доплеровского эффекта (или этим эффектом можно пренебречь, или известна доплеровская частота), цель не флуктуирует за время нахождения в луче антенны и выполняется когерентное интегрирование n импульсов (находящихся вблизи наиболее мощного импульса).

Если $\alpha f/V$ достаточно велико, а n мало (например, $\alpha f/V=10$ и $n=3$), трем используемым измерениям соответствует практически одно и то же значение R или R_m и все происходит (см. § 5.2.1) так, как если бы R_m умножалось на n , т. е. как если бы выполнялось только одно измерение при $R=nR_m$.

Наоборот, если n велико по сравнению с $\alpha f/V$ (например, $\alpha f/V=10$, а $n=100$), то при когерентном интегрировании:

— суммируются n величин гауссова шума со стандартным отклонением, равным 1, в результате чего получается шум со стандартным отклонением \sqrt{n} ;

— суммируются n полезных сигналов, причем некоторые из них сильные (близкие к $\sqrt{R_m}$), а остальные слабые.

Если считать, что принимаемый от цели сигнал описывается (как показано в § 5.1.1.1) формулой

$$\sqrt{R} = \sqrt{R_m} e^{-2,8 \frac{\theta^2}{\alpha^2}},$$

то после выполнения всех вычислений можно найти (если $\alpha f/V$ порядка нескольких единиц), что суммирование n полезных сигналов дает в результате

$$1,06 \frac{\alpha f}{V} \sqrt{R_m} \theta(X) \text{ при } X = \frac{0,83n}{\frac{\alpha f}{V}}.$$

Это значит, что в конечном счете все происходит так, как если бы имелись:

— гауссов шум со стандартным отклонением, равным 1;

— полезный сигнал с амплитудой, равной

$$1,06 \frac{\alpha f}{V} \sqrt{\frac{R_m}{n}} \theta(X).$$

При $n=1$ этот полезный сигнал равен \sqrt{R} .

При n , малом по сравнению с $\alpha f/V$, полезный сигнал равен $\sqrt{n R_m}$.

При очень большом n полезный сигнал приближается к нулю, что является естественным.

Окончательный результат этого вычисления состоит в том, что представляющий интерес полезный сигнал максимален, когда $n \propto \frac{\alpha f}{V}$.

Следовательно, требуется произвести интегрирование числа измерений, равного $\alpha f/V$, и при этих условиях все происходит так, как если бы выполнялось только одно измерение при

$$R = 0,65 \frac{\alpha f}{V} R_m.$$

5.2.4.2. Предположим теперь, как это бывает в большинстве случаев, что в радиолокационной станции не применяется когерентное интегрирование и вследствие этого выполняется интегрирование n измерений после квадратичного детектирования.

Предположим, кроме того, что цель не флуктуирует в течение времени всех n измерений (это имеет место в общем случае). При этих условиях вычисления, аналогичные выполненным в § 5.2.2 и 5.2.4.1, приведут к следующим выводам.

Если представляют интерес вероятности обнаружения порядка 0,5 и вероятности ложной тревоги (вероятности ложного целеуказания) порядка 10^{-3} , что соответствует общему случаю, и производится интегрирование после квадратичного детектирования в когерентной или некогерентной радиолокационной станции (цели с неизвестными радиальными скоростями), то:

—результатом интегрирования n импульсов при n , малом по сравнению $\alpha f/V$ (если $n > 5$), является умножение R_m на $2\sqrt{n}$;

— оптимальное число импульсов, подлежащих интегрированию, равно приблизительно $\alpha f/V$ (более строго $n \approx 0,8 \alpha f/V$, но разница между $n \approx \alpha f/V$ и $n \approx 0,8 \alpha f/V$ не велика), и при этих условиях все происходит так, как если бы было сделано только одно измерение при

$$R = 1,4 \sqrt{\frac{\alpha f}{V}} R_m \text{ (если } \frac{\alpha f}{V} > 5),$$

и в результате интегрирования R_m умножается на $1,4 \times \sqrt{\frac{\alpha f}{V}}$.*

Примечание. В соответствии с гипотезами, высказанными в § 5.2.2, этот результат справедлив только при условии $\alpha f/V > 5$.

5.2.4.3. Использование критериев обнаружения. Счет импульсов. Описанный метод в случае радиолокационной станции кругового обзора состоит в суммировании (интегрировании) n импульсов (n элементарных измерений) и последующем сравнении полученного результата с порогом обнаружения для определения окончательной вероятности ложной тревоги (ложного целеуказания). Этот метод находит наиболее широкое применение. Интегрирование и сравнение с порогом обнаружения обычно производится на чувствительном слое экрана индикатора кругового обзора.

* При любом n результатом интегрирования является умножение R_m на

$$\frac{\alpha f}{V} \frac{1,5}{\sqrt{n}} \theta(\gamma),$$

$$\text{где } \gamma = \frac{1,18n}{\frac{\alpha f}{V}}.$$

Коэффициент 1,4 учитывает потери за счет того, что луч антенны имеет гауссову, а не прямоугольную форму; эти потери равны 1,5 дб.

Но в связи с использованием электронных вычислительных машин для обработки радиолокационных сигналов (что стало общей тенденцией) появляется возможность применить метод, аналогичный описанному в § 5.2.3.

Рассмотрим радиолокационную станцию кругового обзора, излучающую сигналы со спектром, близким к Δf . Это значит (см. гл. 2), что разрешающая способность станции по дальности порядка $1/\Delta f$ сек (или $150 \cdot 10^{-6}/\Delta f$ м, если Δf выражена в герцах) и что шумы имеют в среднем такую же длительность. Отсюда следует, что нужно разбить дальность на участки протяженностью $1/\Delta f$.

Тогда можно применить следующий метод. Сигналы, принимаемые с определенной частотой повторения, после детектирования сравниваются с порогом обнаружения, выбранным так, чтобы получить некоторую элементарную вероятность ложной тревоги P_{fe} . Из этого следует, что если цель отсутствует, то есть вероятность P_{fe} того, что с данного участка дальности будет получен сигнал, превышающий порог обнаружения.

Предположим, что вычислительная машина выдает решение о наличии цели, если при каждом из трех последовательных обзоров был получен сигнал, превышающий порог обнаружения.

Следовательно, вероятность ложного решения о наличии цели на определенной дальности (в пределах данного участка дальности) равна P_{fe}^3 . Вероятность ложного целеуказания также равна P_{fe}^3 , а наиболее вероятное число ложных целеуказаний за один оборот антенны выражается произведением вероятности ложного целеуказания P_{fe}^3 на число квантованных участков дальности Q и на число измерений за один оборот антенны, равное $360 f/V$.

Численный пример. Если $\Delta f = 500$ кГц, $1/\Delta f = 2$ мксек (300 м), $Q = 2000$ (дальность действия 600 км), $f = 250$ Гц, $V = 36$ град/сек, $P_{fe} = 10^{-2}$, то вероятность ложного целеуказания равна 10^{-6} . Наиболее вероятное число ложных решений о наличии цели за один оборот антенны равно 5.

Такой критерий счета импульса эффективно используется в простых вычислительных устройствах, получивших название устройств подавления помех. При наличии такого вычислительного устройства для получения вероятности обнаружения цели за один обзор, равной 0,5, требуется, чтобы элементарная вероятность обнаружения за один обзор равнялась 0,8. (В § 5.2.3. было показано, что такой критерий счета импульсов не является очень хорошим с точки зрения обнаружения целей при отсутствии помех или при наличии помех в виде белого шума. Тем не менее этот критерий представляет интерес и находит применение, так как позволяет исключить влияние более простых помех.)

Таким образом, при наличии подобного устройства подавления помех в общем случае для обнаружения цели требуется получить за N последовательных обзоров (в рассмотренном случае $N=3$) сигналы, превышающие порог обнаружения на одном и том же элементарном участке дальности. Если, например, последовательно принято пять таких сигналов, то можно считать, что направление на цель совпадает с направлением максимального излучения антенны при приеме третьего сигнала, и получить таким путем приближенное направление на цель.

Но можно применить более сложные и лучшие критерии счета импульсов при наличии более совершенных вычислительных устройств — устройств съема радиолокационной информации. Ниже приводится пример такого критерия. Он характеризуется двумя параметрами: N и n . Назовем «пачкой импульсов» последовательность импульсов, полученных от данного элементарного участка дальности. Следовательно, пачка импульсов состоит из последовательности сигналов, превышающих порог обнаружения или лежащих ниже его.

Принимается, что пачка импульсов соответствует наличию цели, когда имеется по крайней мере N принятых импульсов, разделенных не более чем n последовательными отсутствующими импульсами. Если это условие выполняется, то пачка импульсов начинается, согласно определению, с момента прекращения последовательности более чем n отсутствующих импульсов и кончается в момент начала такой же последовательности. За направление на цель принимается направление

максимального излучения антенны в середине пачки импульсов.

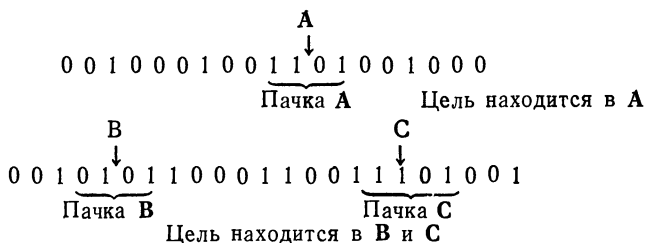


Рис. 5.9.

Рис. 5.9 поясняет это определение для $N=3$ и $n=1$ (0 соответствует отсутствию импульса, 1 — наличию импульса, превышающего порог обнаружения).

Было показано, что при использовании этого критерия и заданной вероятности ложного целеуказания порядка 10^{-3} — 10^{-5} выбор параметров N и n (а также P_{fe} , фиксирующей порог обнаружения) не может быть произвольным. Это вполне логично, если требуется получить лучшие результаты.

Установлено, что *

— если $af/V=4$, то следует принять $P_{fe} \approx 10^{-2}$, $N=2$, $n=2$ или 3;

— если $af/V=8$, то следует принять $P_{fe} \approx 10^{-1}$ — 10^{-2} , $N=3$, $n=3$ или 4.

Были также сделаны два следующих важных вывода:

1) этот критерий практически дает такой же результат (с точностью около 2 дБ), какой и последетекторное интегрирование числа импульсов, равного приблизительно af/V , при условии правильного выбора N и n ;

2) если полученная вероятность обнаружения превышает 0,1—0,2 (т. е. во всех представляющих интерес случаях), то за азимут цели можно принять азимут середины пачки импульсов. При этом погрешность изме-

* Предполагается, что луч антенны имеет гауссову форму, что близко к действительности. Если принять, что форма луча прямоугольная (практически это нельзя осуществить), то получатся другие результаты, которые однако не имеют практической ценности.

рения азимута цели не превысит V/f (по крайней мере при $\frac{\alpha f}{V} < 10$).

Численный пример. При $\alpha = 1^\circ$, $f = 250$ гц,

$V = 36$ град/сек, $\frac{\alpha f}{V} = 7$ величина $\frac{V}{f} = 0,14^\circ$, т. е.

практически ошибка измерения азимута всегда будет меньше $0,14^\circ$.

Примечание. Само собой разумеется, что следует также учитывать погрешность измерения азимута цели, обусловленную флуктуацией светящейся точки (см. § 5.1.3).

5.3. РАДИОЛОКАЦИОННАЯ СТАНЦИЯ СО СКАНИРУЮЩЕЙ АНТЕННОЙ

5.3.1. Принципы угловых измерений, выполняемых радиолокационной станцией со сканирующей антенной. Радиолокационная станция этого типа (предназначенная, в основном, для сопровождения целей) производит измерение трех координат цели в системе координат, совмещенной с центром антенны.

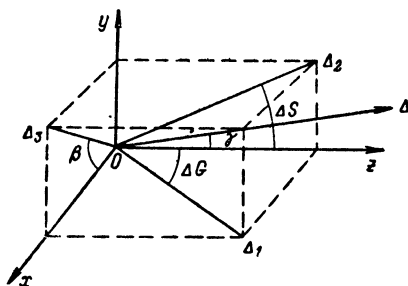


Рис. 5.10.

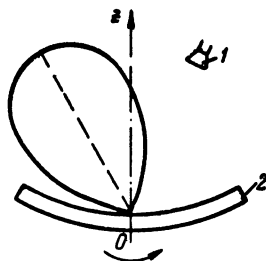


Рис. 5.11.

Прежде всего измеряется дальность цели одним из описанных выше методов. Одновременно измеряются:

— угол γ между осью Oz антенны и направлением Δ на цель;

— угол β между плоскостью ось Oz антенны — направление Δ на цель и некоторой опорной плоскостью xOy

(меридиональной), проходящей через ось антенны (рис. 5.10).

Принцип измерения β и γ состоит в следующем (рис. 5.11). Отражатель 2 антенны облучается первичным источником 1 (рупором), смещенным относительно оси Oz отражателя и вращающимся вокруг этой оси с угловой скоростью f об/сек. При этих условиях, если

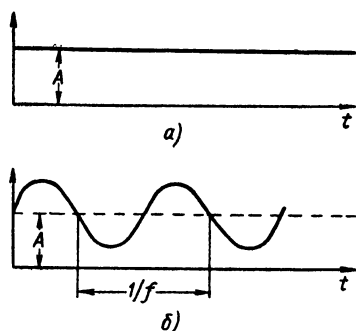


Рис. 5.12.

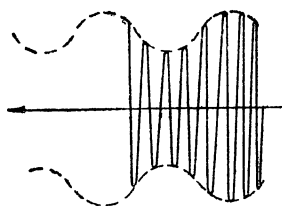


Рис. 5.13.

направление на цель совпадает с осью отражателя антенны, то принимаемый сигнал имеет постоянную амплитуду (рис. 5.12,а). Если же цель находится не на оси отражателя, то амплитуда принимаемого сигнала изменяется во времени, как показано на рис. 5.12,б. Модулирующий сигнал оказывается почти синусоидальной формы с частотой f , фаза которого относительно опорного синусоидального сигнала (с частотой f) представляется углом β . Когда направление на цель приближается к оси рефлектора, амплитуда модулирующего сигнала убывает (это справедливо только для направлений на цель, близких к оси отражателя).

Амплитуду принимаемого сигнала можно приближенно представить следующей формулой:

$$S = A[1 + k \gamma \sin(2\pi ft + \beta)]. \quad (5.3)$$

В действительности принимаемый сигнал (рис. 5.13) представляет собой сверхвысокочастотный сигнал (с частотой F , например, равной $10\,000\text{ МГц}$) и величина A является функцией расстояния между радиолокационной станцией и целью. Однако если принимаемый

сигнал детектируется обычным способом и применяется обычная система автоматической регулировки усиления, то после усиления на выходе приемника получится сигнал, представленный формулой (5.3), в которой величину A можно считать постоянной.

После прохождения этого сигнала через фильтр верхних частот, задерживающий постоянную составляющую, получится сигнал

$$S' = K \gamma \sin(2\pi ft + \beta). \quad (5.4)$$

Когда γ и β изменяются (медленно), то сигнал на выходе приемника представляет собой сигнал с частотой f , модулированный по амплитуде в соответствии с изменением угла γ и по фазе в соответствии с изменением угла β .

Важное значение имеет определение величин γ и β по значению сигнала S' или, точнее, величин

$$\begin{aligned} \gamma \sin \beta &\approx \operatorname{tg} \gamma \sin \beta = \operatorname{tg} \Delta S \approx \Delta S, \\ \gamma \cos \beta &\approx \operatorname{tg} \gamma \cos \beta = \operatorname{tg} \Delta G \approx \Delta G, \end{aligned}$$

представляющих соответственно угол между плоскостями xOz и $xO\Delta$ и угол между плоскостями yOz и $yO\Delta$ (рис. 5.10). (Величины $\gamma \sin \beta$ и $\gamma \cos \beta$ представляют собой в общем случае «сигналы ошибки», которые в радиолокационных станциях сопровождения целей отрабатываются двумя отдельными сервомеханизмами так, чтобы линии Oz и $O\Delta$ совпадали.)

Предположим теперь, что производится умножение S' на $\sin 2\pi ft$ (иначе говоря, осуществляется «демодуляция» S' сигналом, совпадающим по фазе с опорным сигналом). В результате получится выражение

$$S' \sin 2\pi ft = \frac{K\gamma}{2} [\cos \beta - \cos(4\pi ft + \beta)].$$

Если за этой «демодуляцией» (или перемножением сигналов) следует фильтрация сигнала при помощи фильтра нижних частот, задерживающего составляющую с частотой $2f$ (фильтрация обычно выполняется сервомеханизмом), то сигнал примет форму

$$\frac{K}{2} \gamma \cos \beta.$$

Аналогично умножение S' на $\cos 2\pi f t$ («демодуляция» S' сигналом в квадратуре с опорным сигналом) и последующая фильтрация при помощи фильтра нижних частот дает

$$\frac{K}{2} \gamma \sin \beta.$$

5.3.2. Влияние флуктуации цели на точность угловых измерений радиолокационной станцией со сканирующей антенной. В предыдущей главе было показано, что если цель флуктуирует, то направление нормали к поверхности равной фазы отраженной волны также флуктуирует. Кроме того, в § 5.3.1 установлено, что радиолокационная станция со сканирующей антенной измеряет в конечном счете это направление, которое в среднем совпадает с направлением на цель, но в отдельные моменты времени может сильно отклоняться от него.

Другими словами, можно сказать, что β флуктуирует около среднего значения β_0 , а γ — около среднего значения γ_0 , и задача измерения фактически сводится к измерению β_0 и γ_0 . Для того чтобы сделать это более понятным и упростить рассуждения, положим, что $\beta_0 = 0$ и $\gamma_0 = 0$ (цель находится в направлении оси антенны); допустим еще, что β не флуктуирует. Следовательно, только γ флуктуирует около 0.

Введем еще дополнительные упрощения и предположим, что γ флуктуирует по синусоидальному закону с частотой f_1 , близкой к f . Физически это означает, что:

— спектр флуктуации (см. § 4.9) содержит составляющие с частотами, близкими к f , которыми нельзя пренебречь. Это имеет место, когда частота f низка (значительно повышать частоту f технически трудно);

— рассматривается только узкая полоса частот этого спектра флуктуации.

Применяя все эти допущения и упрощения, можно написать

$$\gamma = \gamma_m \sin(2\pi f_1 t),$$

где $f_1 = f + \Delta f$ и Δf мало.

Сигнал S принимает вид

$$S = A \{1 + k \gamma_m \sin [2\pi (f + \Delta f) t] \sin 2\pi f t\}$$

или

$$S = A \left\{ 1 + \frac{k\gamma_m}{2} \cos 2\pi \Delta f t - \frac{k\gamma_m}{2} \cos [2\pi (2f + \Delta f) t] \right\}.$$

Тогда как, если цель не флуктуирует, то

$$S = A.$$

После прохождения сигнала через фильтр верхних частот (задерживающий постоянную составляющую и составляющие низких частот) остается сигнал

$$S' = -\frac{k\gamma_m}{2} \cos [2\pi (2f + \Delta f) t]$$

вместо $S' = 0$ при нефлуктуирующей цели.

При идеальной демодуляции умножение S' на $\sin (2\pi f t)$ дает

$$S' \sin (2\pi f t) = -\frac{K\gamma_m}{4} [\sin 2\pi (3f + \Delta f) t + \sin 2\pi (f + \Delta f) t],$$

т. е. сигнал, который задерживается окончательным фильтром нижних частот, в результате чего получается $\Delta G = 0$, что соответствует истинному направлению на цель.

Однако в нашем мире нет совершенств, и демодуляция никогда не может быть идеальной, поэтому правильнее принять, что после демодуляции вместо $S' \sin 2\pi f t$ получается

$$S'' = -\frac{K\gamma_m}{2} \left\{ \cos [2\pi (2f + \Delta f) t] + a_1 \sin [4\pi (2f + \Delta f) t] + \right. \\ \left. + \varphi_1 \right\} + \dots \left\{ \sin (2\pi f t) + b_1 \sin (4\pi f t + \psi_1) + \dots \right\}.$$

Здесь a_1 и b_1 малы по сравнению с 1 (величины первого порядка малости).

Следовательно, в состав S'' входят:

— член $\frac{K\gamma_m}{2} \cos [2\pi (2f + \Delta f) t] \sin (2\pi f t)$, т. е. частоты $f + \Delta f$ и $3f + \Delta f$, которые задерживаются фильтром нижних частот;

— члены, являющиеся величинами второго порядка малости, которыми можно пренебречь;

— член $K \frac{\gamma_m}{2} a_1 \sin [4\pi (2f + \Delta f) t + \psi_1] \sin 2\pi f t$, т. е. частоты $5f + 2\Delta f$ и $3f + 2\Delta f$, которые задерживаются фильтром нижних частот:

— наконец, член

$$K \frac{\gamma_m}{2} b_1 \cos [2\pi (2f + \Delta f) t] \sin (4\pi f t + \psi_1)$$

или

$$K \frac{\gamma_m}{4} b_1 \{ \sin [2\pi (4f + \Delta f) t + \psi_1] + \sin (2\pi \Delta f t - \psi_1) \}.$$

После прохождения через фильтр низких частот с частотой среза выше Δf член

$$\frac{K \gamma_m b_1}{4} \sin (2\pi \Delta f t - \psi_1)$$

остаётся, и станция выдаёт неверный результат

$$\Delta G = \frac{K \gamma_m b_1}{4} \sin (2\pi \Delta f t - \psi_1).$$

Создается впечатление, что цель не находится в направлении оси антенны, тогда как в действительности она находится там.

Из этого следует, что ошибка радиолокационной станции со сканирующей антенной, обусловленная флуктуацией цели:

— тем больше, чем больше амплитуды составляющих спектра флуктуации с частотами f и близкими к f (чем больше γ_m);

— тем меньше, чем ниже частота среза окончательного фильтра нижних частот (если Δf выше этой частоты, соответствующие составляющие спектра флуктуации не оказывают мешающего влияния).

С этой точки зрения целесообразно уменьшать полосу пропускания окончательного фильтра нижних частот. Но известно также, что чем уже эта полоса частот, тем меньше точность измерения ΔG (время отклика системы

очень велико, быстрые изменения сглаживаются). Поэтому выбор полосы пропускания этого фильтра должен производиться, как это часто бывает на практике, на основе компромиссного решения.

5.4. МОНОИМПУЛЬСНАЯ РАДИОЛОКАЦИОННАЯ СТАНЦИЯ

Общие принципы измерения угловых координат моноимпульсной радиолокационной станцией были уже изложены в § 5.1.2 и 5.1.3. Там было показано, что в станции этого типа все происходит так, как если бы имелись две идентичные приемные антенны, фазовые центры которых совмещены (или не совмещены) и расположены параллельно (или не параллельно). При этом возможны два различных способа определения направления на светящуюся точку цели:

— по равенству фаз сигналов, принимаемых двумя антеннами;

— по равенству уровней сигналов, принимаемых двумя антеннами.

5.4.1. Амплитудная и фазовая моноимпульсные радиолокационные станции.

5.4.1.1. Амплитудная моноимпульсная станция. В радиолокационной станции этого типа две

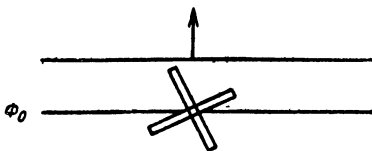


Рис. 5.14.

приемные антенны расположены так, что независимо от направления цели относительно биссектрисы угла, образованного ими, сигналы, принимаемые каждой из этих антенн, имеют одинаковую фазу. Схематически это показано на рис. 5.14. Другими словами, две приемные антенны «имеют один и тот же фазовый центр».

На рис. 5.15 показан параболический отражатель с двумя приемными рупорами, расположенными под не-

которым углом друг к другу. С помощью такого устройства получается эквивалент двух приемных антенн, образующих угол, равный a/F (где a — расстояние между рупорами и F — фокусное расстояние параболы), с почти совпадающими фазовыми центрами. (В действительности фазовые центры разнесены на расстояние a .)

Численный пример. Для на волны 10 см, $D=7$ м, $F=5$ м, $a=0,1$ м. Тогда

$$\frac{a}{F} = 1^\circ.$$

Таким образом, получается эквивалент двух приемных антенн диаметром $D=7$ м, расположенных под углом 1° одна относительно другой, с расстоянием между их фазовыми центрами, равным 0,1 м.

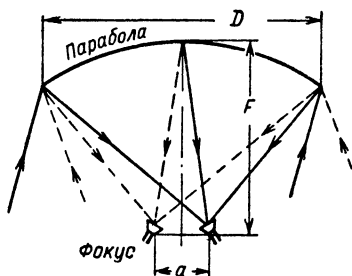


Рис. 5.15.

5.4.1.2. Фазовая моноимпульсная станция. В фазовой моноимпульсной станции две приемные антенны расположены так, что, какой бы ни была их ориентация, принимаемые ими сигналы имеют одинако-

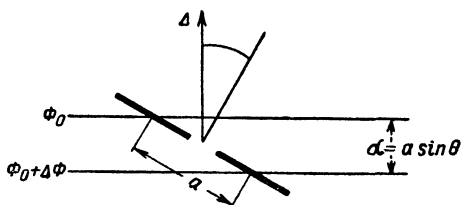


Рис. 5.16.

вую амплитуду (а фазы отличаются на $\Delta\Phi$). Схематически это показано на рис. 5.16. Как видно из этого рисунка,

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda},$$

где a — расстояние между фазовыми центрами двух антенн.

Практически можно получить эквивалент двух таких приемных антенн (расположенных параллельно) по способу, представленному на рис. 5.17, используя один отражатель и два рупора, расположенных в его фокусе. Каждый из этих рупоров облучает только часть поверхности отражателя, причем обе облучаемые зоны могут или перекрываться, или неперекрываться.

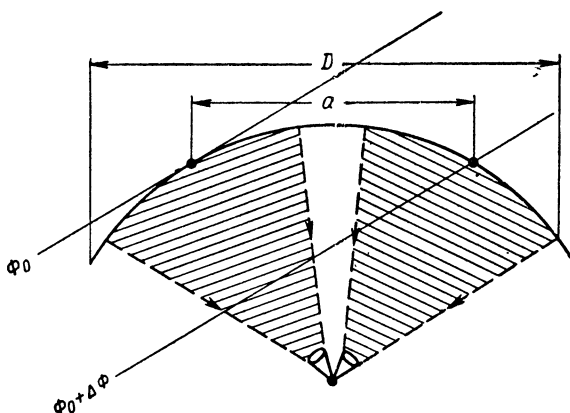


Рис. 5.17.

Например, для получения двух фазовых центров, отстоящих на 2 м друг от друга, и при таком же расворе луча, как в предыдущем примере (на той же частоте), нужно взять антенну с раскрывом около $7+2=9$ м.

5.4.2. Обработка радиочастотных сигналов в моноимпульсной радиолокационной станции. Итак, имеется два различных типа моноимпульсных радиолокационных станций:

- амплитудная моноимпульсная станция, в которой два принимаемых сигнала, отраженных от цели, имеют одинаковую фазу, но различные амплитуды;

- фазовая моноимпульсная станция, в которой два принимаемых сигнала, отраженных от цели, имеют одинаковую амплитуду, но различные фазы.

5.4.2.1. Амплитудная моноимпульсная станция. Обозначим через $G_1(\theta)$ выражение, представляющее уровень одного из принимаемых сигналов S_1 в функции угла θ , образуемого направлением на цель и

плоскостью симметрии антенны, и через $G_2(\theta)$ — соответствующее выражение для второго сигнала S_2 .

Если антенна симметричная, то можно написать

$$G_1(\theta) = G_2(-\theta).$$

Если θ остается постоянным (заданное направление на цель), а эхо-сигнал, отраженный от цели, меняется, то уровни сигналов S_1 и S_2 как бы умножаются на один и тот же коэффициент.

Задача состоит в получении из S_1 и S_2 такого сигнала E , который превращался бы в нуль при $\theta = 0$ и являлся линейной функцией θ (с наилучшим приближением).

Известны несколько решений этой задачи.

5.4.2.11. Сравнение амплитуд. Амплитудно-амплитудная моноимпульсная станция. Наиболее распространенны два метода, состоящие в формировании сигнала

$$E = \lg \frac{S_1}{S_2}$$

или сигнала

$$E = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}.$$

Для большинства радиолокационных станций функцию $G_1(\theta)$ можно представить, как уже было показано, в виде

$$G_1(\theta) = G_0 e^{-k(\theta - \alpha)^2}.$$

(Часто одна из трудностей создания амплитудной моноимпульсной станции состоит в получении этой зависимости с наивысшей точностью.)

В этом случае

$$E = \lg \frac{S_1}{S_2} = \lg \frac{G_1(\theta)}{G_2(\theta)}$$

принимает вид

$$E = k [(\theta + \alpha)^2 - (\theta - \alpha)^2] = 4k\theta\alpha.$$

Таким образом, получается сигнал E , обращающийся в нуль при $\theta = 0$ и являющийся линейной функцией θ .

В этом выражении k характеризует «ширину» луча, а 2α — «угол раствора» между лучами (рис. 5.18). Чем больше k , тем уже лучи.

Практически сигналы S_1 и S_2 усиливаются в логарифмических усилителях, которые должны быть *строго идентичными*. После такого усиления производится вычитание этих сигналов (например, в видеочастотных каскадах). Легко представить, что при этом возникает

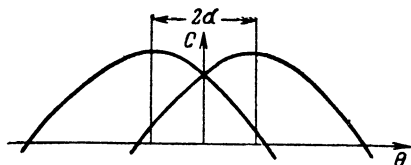


Рис. 5.18.

следующая трудность: если оба усилителя имеют строго логарифмические характеристики, но коэффициенты усиления у них не одинаковы, то получится не $E=4kG\alpha$, а $E=4kG\alpha+E_0$ (рис. 5.19).

Если сформируется сигнал

$$E = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} = \frac{G_1(\theta) - G_2(\theta)}{G_1(\theta) + G_2(\theta)},$$

то после подстановки значений $G_1(\theta) = e^{-k(\theta-\alpha)^2}$ и $G_2(\theta) = e^{-k(\theta+\alpha)^2}$ получим выражение

$$E = \text{th}(2k\theta\alpha),$$

превращающееся в нуль при $\theta=0$ и возрастающее с возрастанием θ . Заметим, что при малых θ величина E линейно зависит от θ .

Практически на сверхвысокой частоте формируют (при помощи направленных ответвителей или волноводных тройников) сумму сигналов $\Sigma = S_1 + S_2$ и их разность $\Delta = S_1 - S_2$. Затем производится независимое усиление Σ и Δ , и на выходе приемного тракта (например, в видеочастотных каскадах) образуется их отношение.

Что произойдет, если усиление двух усилительных трактов неодинаково? Это приведет к тому, что будет

измеряться уже не E , а kE . Полученный при этом сигнал будет также принимать нулевое значение при $\theta=0$, но крутизна $dE/d\theta$ сигнала будет уже другой (рис. 5.20). (Один из способов преодоления этого недостатка состоит в усилении сигналов Σ и Δ в одной и той же уси-

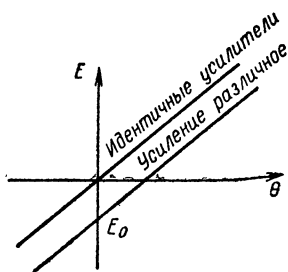


Рис. 5.19.

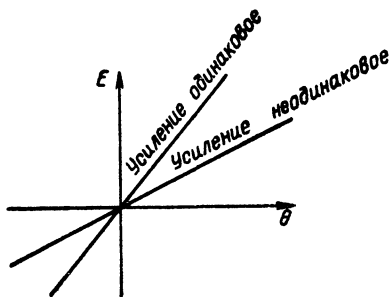


Рис. 5.20.

лительной цепочке, используя, например, для разделения сигналов различные несущие частоты. Однако создание такой цепочки вдоль всего приемного тракта может быть связано с определенными трудностями, по-

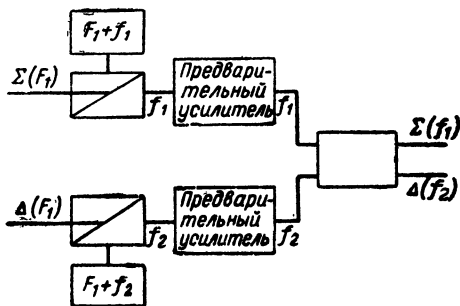


Рис. 5.21.

этому часто после каждого преобразователя частоты ставится отдельный предварительный усилитель (рис. 5.21.).)

Из рассмотрения двух способов получения сигнала E следует, что не безразлично, какой из способов должен быть применен. В радиолокационных станциях сопровож-

дения целей требуется, чтобы сигнал ошибки E равнялся нулю при $\theta=0$, но крутизна $dE/d\theta$ может несколько изменяться, не вызывая нежелательного влияния. И наоборот, в станциях обзора пространства не имеет существенного значения, насколько точно совпадают моменты $E=0$ и $\theta=0$, но очень важно, чтобы крутизна $dE/d\theta$ оставалась постоянной во времени. Желательно также, чтобы она была постоянной функцией от θ .

Следовательно, в радиолокационных станциях сопровождения целей часто предпочитают решение $E = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}$, а в станциях обзора пространства — решение $E = \lg \frac{S_1}{S_2}$.

5.4.2.12. Сравнение фаз. Амплитудно-фазовая моноимпульсная станция. Принципиальная трудность осуществления описанных в § 5.4.2.11 способов состоит в необходимости обеспечения строго одинакового усиления в двух приемных каналах. Можно обойти эту трудность, применив, например, следующий метод.

Суммарный и разностный сигналы $\Sigma = S_1 + S_2$ и $\Delta = S_1 - S_2$ формируются на сверхвысокой частоте до усиления или преобразования частоты. Таким путем получают два сигнала, совпадающих по фазе (или имеющих противоположные фазы, если $S_1 - S_2 < 0$).

С помощью направленных ответвителей с ослаблением 3 дБ формируются (также на сверхвысокой частоте)

$$\vec{\Sigma} + j\vec{\Delta} \text{ и } \vec{\Sigma} - j\vec{\Delta}.$$

Следовательно, получаются два сигнала, совпадающие по фазе, если $\Delta=0$, или отличающиеся по фазе на Φ , если Δ имеет любое значение, не равное нулю. Разность фаз Φ равна (рис. 5.22)

$$\Phi = 2 \arctg \frac{\Delta}{\Sigma}$$

или, если использовать результаты предыдущего параграфа,

$$\tg \frac{\Phi}{2} = \th (2k\theta\alpha).$$

Эта разность фаз Φ измеряется на промежуточной частоте по одному из известных методов и является мерой угла θ . Кривая зависимости Φ от θ проходит через начало координат ($\Phi=0$ при $\theta=0$) и линейна вблизи $\theta=0$.

Полезно привести описание одного метода измерения Φ . Сигналы $\vec{\Sigma} + j\vec{\Delta}$ и $\vec{\Sigma} - j\vec{\Delta}$ усиливаются на промежуточной частоте в двух различных каналах (коэффициенты уси-

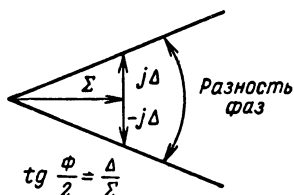


Рис. 5.22.

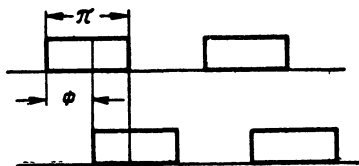


Рис. 5.23.

ления которых не обязательно должны быть идентичными *при условии, если они достаточно велики*). На выходе каждого канала производится ограничение сигналов для придания им прямоугольной формы. «Отрицательные» участки этих сигналов при этом срезаются (рис. 5.23).

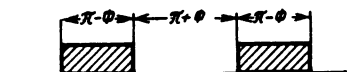


Рис. 5.24.

После этого сигналы перемножаются и получается результат, представленный на рис. 5.24. Заштрихованные площади равны $\pi - \Phi$ (т. е. Φ).

Можно видеть, что если усиление двух приемных каналов неодинаково, то оно не оказывает никакого влияния на измерение Φ . Наоборот, если один сигнал отличается по фазе от другого, то это вызовет сдвиг кривой $\Phi = f(\theta)$, которая уже не будет проходить через начало координат (рис. 5.25). Однако технически как будто легче осуществить два усилительных канала с правильным соотношением фаз, чем два канала с одинаковым усилением.

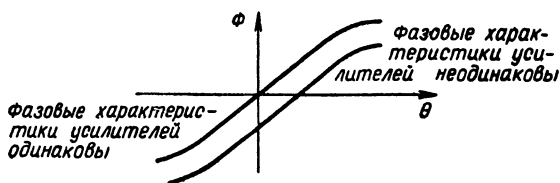


Рис. 5.25.

5.4.2.2. Фазовая моноимпульсная станция. Здесь речь идет об измерении разности фаз Φ сигналов S_1 и S_2 , имеющих одинаковую амплитуду. Эта разность фаз Φ пропорциональна синусу угла θ между направлением на цель и осью антенны:

$$\Phi = k \sin \theta.$$

Наиболее простой метод измерения Φ , описанный в § 5.4.2.12, может быть с некоторыми изменениями применен и здесь. Два приемных канала не обязательно должны иметь одинаковое усиление, но они не должны создавать фазового сдвига одного сигнала относительно другого. Такую радиолокационную станцию можно назвать *фазово-фазовой моноимпульсной станцией*.

Но можно также образовать разностный сигнал

$$\Delta = S_1 - S_2$$

и суммарный сигнал

$$\Sigma = S_1 + S_2.$$

Так как

$$S_1 = S_2 e^{-j\Phi},$$

то получится

$$\Delta = S_2 (1 - e^{-j\Phi}),$$

$$\bar{\Sigma} = S_2 (1 + e^{-j\Phi}).$$

И если формируется отношение $\frac{\Delta}{\Sigma}$, то получится чисто мнимое число

$$\frac{\Delta}{\Sigma} = \frac{1 - e^{-j\Phi}}{1 + e^{-j\Phi}} = j \operatorname{tg} \left(\frac{\Phi}{2} \right),$$

модуль которого равен

$$\left| \frac{\Delta}{\Sigma} \right| = \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}.$$

Так как модуль отношения равен отношению модулей, то можно измерять Φ посредством измерения отношения амплитуд сигналов Δ и Σ .

В принципе сигналы Δ и Σ получаются непосредственно на сверхвысокой частоте (объяснения по этому вопросу даны в § 5.4.2.11). В частности, важно, чтобы усиление двух приемных каналов было одинаковым во избежание изменения крутизны кривой зависимости сигнала ошибки от угла рассогласования. (Само собой разумеется, что если имеется устройство, выдающее Δ и Σ , то необходимо, чтобы сигналы S_1 и S_2 проходили равные пути, так как иначе может получиться погрешность в положении нуля, недопустимая для радиолокационных станций сопровождения целей.)

5.4.3. Параметры моноимпульсной радиолокационной станции.

5.4.3.1. Как было показано, в случае амплитудной моноимпульсной станции сигнал ошибки E может быть записан приближенно в форме

$$E = Ak\theta\alpha,$$

где k — коэффициент, принимающий тем большее значение, чем уже лучи антенны;

α — половина угла между направлениями максимумов лучей;

A — постоянная.

Отсюда можно сделать вывод, что точность измерения θ тем выше, чем больше α и k . Но в выборе α имеются ограничения. Если угол α очень большой, то вследствие того, что действительная диаграмма антенны [функция $G(\theta)$] сильно отличается от теоретической, может стать заметным нежелательное влияние боковых лепестков.

На практике никогда не допускают, чтобы α превосходило половину ширины луча антенны на уровне 3 дБ. Поэтому величину α берут равной

$$\alpha = \frac{B}{\sqrt{k}}$$

(где B — постоянная, так как ширина луча обратно пропорциональна \sqrt{k}).

Следовательно,

$$E = C\theta\sqrt{k}.$$

Здесь C — новая постоянная.

Окончательно получается, что точность измерения θ тем выше, чем больше k , т. е. чем уже лучи антенны. Но при этом в равной мере сужается область величин θ , в которой можно проводить измерения. Это подтверждается здравым смыслом и практикой: точность возрастает с уменьшением апертуры лучей, но соответственно уменьшается поле зрения аппарата.

5.4.3.2. В случае фазовой моноимпульсной станции производится измерение разности фаз Φ , связанной с углом рассогласования формулой

$$\Phi = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{2\pi a\theta}{\lambda},$$

где a — расстояние между фазовыми центрами антенны.

Точность измерения θ тем выше, чем больше a . Область величин θ , в которой можно производить измерения без риска получить неоднозначный результат, соответствует максимальному изменению Φ в диапазоне от $-\pi$ до $+\pi$, т. е. изменению $\sin \theta$ в пределах $-\frac{\lambda}{2a}$ и $\frac{\lambda}{2a}$ (или практически изменению θ от $-\frac{\lambda}{2a}$ до $\frac{\lambda}{2a}$).

Следовательно, пределы измерения определяются отношением $\frac{\lambda}{a}$. Оно тем меньше, чем больше a . Таким образом, мы пришли к тому же выводу, как и в случае амплитудной моноимпульсной станции, а именно: при повышении точности измерения поле зрения станции уменьшается.

5.4.3.3. Выше было показано, что в случае амплитудной моноимпульсной станции ее поле зрения (оно обычно называется «шириной канала интерполяции») берется равным (приблизительно) ширине луча антенны (на уровне 3 дБ).

В случае фазовой моноимпульсной станции, очевидно, необходимо, чтобы ширина каждого луча (на уровне 3 дБ) была по крайней мере равна ширине канала интерполяции во избежание получения очень слабых сигналов на границах этого канала. Но вместе с тем очевидно и то, что этот канал не должен быть слишком широким во избежание бесполезного уменьшения усиления антенны. Поэтому получается все тот же практический вывод: ширина луча (на уровне 3 дБ) берется приблизительно равной ширине канала интерполяции (или наоборот).

5.4.4. Влияние шума приемника на точность измерения угловых координат моноимпульсной радиолокационной станцией.

5.4.4.1. Фазовая моноимпульсная станция. Эта станция измеряет разность фаз Φ двух сигналов, принятых отдельными антеннами, связанными со своими приемниками. Разность фаз Φ связана с измеряемым углом θ соотношением

$$\Phi = k\theta.$$

Задача состоит в том, чтобы определить, с какой точностью можно измерить эту разность фаз, учитывая, что каждый принимаемый сигнал представляет собой смесь полезного сигнала и шума.

Для упрощения рассуждений можно предположить (это часто соответствует тому, что практически происходит в радиолокационной станции), что полезный сигнал имеет постоянную амплитуду S и частоту ω , постоянную в классической радиолокационной станции или изменяющуюся во времени в радиолокационной станции со сжатием импульсов. Требуется выяснить, с какой точностью можно определить фазу такого сигнала, сопровождаемого шумом.

Рассмотрим сигнал $S \sin \omega t$ длительностью T , имеющий, по определению, нулевую фазу и сопровождаемый гауссовым шумом со спектром шириной Δf . Следует заметить, что ω рассматривается как мгновенная частота сигнала и может изменяться в течение времени измерения T .

Мощность сигнала представляется величиной $\frac{S^2}{2}$, а энергия сигнала за время измерения равна

$$\frac{S^2 T}{2}.$$

Шум можно записать в виде

$$b(t) \sin [\omega t + \varphi(t)],$$

где $b(t)$ и $\varphi(t)$ — случайные функции времени.

Среднее значение $b^2(t) \sin^2 [\omega t + \varphi(t)]$ характеризует среднюю мощность шума, а среднее значение

$$\frac{b^2(t) \sin^2 [\omega t + \varphi(t)]}{\Delta f}$$

представляет собой спектральную плотность шума. Смесь полезного сигнала и шума можно выразить как

$$S \sin \omega t + b(t) \sin [\omega t + \varphi(t)] = \sin \omega t (S + b \cos \varphi) + \cos \omega t (b \sin \varphi).$$

В данный момент времени кажущаяся фаза Φ_a этой смеси (полезный сигнал + шум) в общем случае уже не равна нулю, а определяется как

$$\operatorname{tg} \Phi_a = \frac{b \sin \varphi}{S + b \cos \varphi}.$$

Предположим, что шум очень слабый по сравнению с полезным сигналом (отношение сигнал/шум R велико). Как было показано в гл. 2, такое допущение оправдывается. При этих условиях

$$\Phi_a \sim \frac{b(t) \sin \varphi(t)}{S}.$$

Такое измерение Φ_a можно повторить определенное число раз и найти среднее из всех полученных значений. Но в § 2.1.4 было показано, что можно произвести только $T \Delta f$ независимых измерений.

В конечном счете измеряемое значение Φ является гауссовой случайной величиной, дисперсия которой равна

$$\frac{\overline{b^2 \sin^2 \varphi}}{S^2 T \Delta f} = \frac{1}{2R}.$$

Наличие шума приводит к тому, что вместо измерения нулевой фазы измеряется величина, отличная от нуля. Эта ошибка проявляется как гауссова переменная со стандартным отклонением, равным

$$\frac{1}{\sqrt{2R}}.$$

Следовательно, при измерении фазы полезного сигнала, сопровождаемого шумом, совершается гауссова ошибка, стандартное отклонение которой равно $1/\sqrt{2R}$ в радианах.

Итак, *фазовая моноимпульсная станция с двумя приемными каналами, принимающая два сигнала одинаковой мощности, сопровождаемые шумами (независимыми) с одинаковыми характеристиками, дает погрешность в измерении разности фаз этих сигналов со стандартным отклонением, равным $1/\sqrt{R}$ радиан.* Здесь R характеризует отношение энергии принятого сигнала за время измерения к спектральной плотности шума для одного из этих сигналов.

Ошибка измерения угла θ , обусловленная шумом, имеет стандартное отклонение, обратно пропорциональное \sqrt{R} .

Таким образом, получен результат, аналогичный найденному для ошибки измерения дальности или радиальной скорости радиолокационной станцией.

5.4.4.2. Амплитудная моноимпульсная станция. Рассмотрим, например, случай измерения θ посредством вычисления

$$E = \lg \frac{S_1}{S_2} = \lg S_1 - \lg S_2,$$

где

$$S_1 = S_0 e^{-k(\theta - \alpha)^2};$$

$$S_2 = S_0 e^{-k(\theta + \alpha)^2}.$$

Предположим, что S_1 сопровождается шумом b_1 , а S_2 — шумом b_2 , причем эти шумы независимые и гауссовы и имеют спектры шириной Δf . Длительность полезного сигнала равна T .

Вместо $E = \lg S_1 - \lg S_2$ фактически измеряется

$$E + dE = \lg(S_1 + b_1) - \lg(S_2 + b_2),$$

где

$$dE = \frac{b_1}{S_1} - \frac{b_2}{S_2}.$$

Так как можно произвести только $T\Delta f$ независимых измерений, то в конечном счете дисперсия ошибки измерения θ равна

$$\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2}.$$

При $\theta = 0$ оба принимаемых сигнала S_1 и S_2 в среднем равны, если они проходят по одинаковым приемным трактам (приемники с одинаковыми шумовыми характеристиками); поэтому $R_1 = R_2 = R_0$ и стандартное отклонение ошибки измерения $E = 1/\sqrt{R}$.

Этот результат аналогичен полученному для фазовой моноимпульсной станции.

5.5. ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ ЦЕЛЕЙ НА ТОЧНОСТЬ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

5.5.1. Общие положения. Проведенный выше анализ показывает, что измеренные радиолокационные дальность, радиальная скорость и угловые координаты обычно искажаются вследствие влияния шума, и что соответствующие ошибки в большинстве случаев являются гауссовыми ошибками со стандартным отклонением, равным

$$\frac{K}{\sqrt{R}}.$$

Здесь R — отношение энергии, принятой за время измерения, к спектральной плотности шума.

Если цель не флуктуирует, величина R не зависит от времени и равна своему среднему значению R_0 .

При наличии шума измерение производится с гауссовой ошибкой, имеющей стандартное отклонение, равное $\frac{K}{\sqrt{R_0}}$. Плотность вероятности этой ошибки

$$p_1(\varepsilon) = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{R_0}{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon^2 R_0}{2K^2}}.$$

Предположим теперь, что цель флуктуирует, причем в одном из двух случаев $R=0,1R_0$, а в другом $R=1,9R_0$ (среднее значение R равно, следовательно, R_0). Тогда плотность вероятности можно представить как

$$p_2(\varepsilon) = \frac{0,5}{K} \sqrt{\frac{R_0}{2\pi}} \left[0,32 e^{-\frac{\varepsilon^2 R_0}{20K^2}} + 1,38 e^{-0,95 \frac{\varepsilon^2 R_0}{K^2}} \right].$$

Это распределение уже не является гауссовым.

В первом случае (R не флуктуирует):

- вероятность $|\varepsilon| < \frac{0,5K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,38;
- вероятность $|\varepsilon| < \frac{K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,68;
- вероятность $|\varepsilon| < \frac{2K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,95;
- вероятность $|\varepsilon| < \frac{3K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,997.

Во втором случае (R в одном из двух случаев равно $0,1R_0$ или $1,9R_0$):

- вероятность $|\varepsilon| < \frac{0,5K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,31;
- вероятность $|\varepsilon| < \frac{K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,53;
- вероятность $|\varepsilon| < \frac{2K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,73;
- вероятность $|\varepsilon| < \frac{3K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,83.

Иначе говоря, в выбранном примере флуктуация цели приводит к увеличению

- на 15% ошибок, имеющих малую вероятность,
- на 2% ошибок, вероятность которых равна 70%,

— и более чем на 5% ошибок, вероятность которых равна 95%.

Для случая очень сложной цели, например цели, флуктуирующей по закону Релея (см. § 4.8), можно показать, что плотность вероятности ошибки имеет распределение Стьюдента* и что (если R_0 является средним значением R).

— вероятность $\varepsilon < \frac{0,5K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,34;

— вероятность $\varepsilon < \frac{K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,58;

— вероятность $\varepsilon < \frac{2K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,81;

— вероятность $\varepsilon < \frac{3K}{\sqrt{R_0}}$ равна 0,90.

Следовательно, когда цель флуктуирует, то нельзя сказать, что ошибка измерения какой-либо координаты, обусловленная шумом, является гауссовой. Ошибка в случае флуктуирующей цели больше, чем в случае нефлуктуирующей с такой же эффективной отражающей поверхностью, и тем больше, чем выше вероятность ошибки.

5.5.2. Точность измерения радиолокационной станции, выполняющей несколько последовательных операций. Вполне правомерен вопрос о том, как улучшаются радиолокационные измерения при выполнении n последовательных измерений. На этот вопрос нельзя получить однозначный ответ.

* Как показал М. Gerardin, одним из первых изучавший влияние флуктуаций цели на точности радиолокационных измерений, эта плотность вероятности может быть выражена как

$$p_s(\varepsilon) = \frac{1}{K\sqrt{2\pi R_0}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{R}{R_0}} \sqrt{R} e^{-\frac{\varepsilon^2 R}{2K}} dR$$

или

$$p_s(\varepsilon) = \frac{\sqrt{R_0}}{K} \frac{1}{\left(2 + \frac{R_0 \varepsilon^2}{K^2}\right)^{3/2}}.$$

5.5.2.1. Если цель не флуктуирует за время n измерений и если значение R остается постоянным для всех измерений, то по известному правилу ошибки делятся на \sqrt{n} .

5.5.2.2. Если цель не флуктуирует за время n измерений, как в случае радиолокационной станции кругового обзора, но при этом значения R изменяются от одного измерения к другому, то этот результат, очевидно, не является более правильным. Так, например, в случае радиолокационной станции кругового обзора можно производить усреднение результатов измерений (дальности, радиальной скорости, углов) только по количеству измерений, несколько меньшему $\alpha f/V$ (обозначения см. в § 5.2), и только при этом условии ошибки делятся приблизительно на $\sqrt{\alpha f/2V}$.

5.5.2.3. Если цель флуктуирует от одного измерения к другому, как, например, при работе радиолокационной станции со случайной сменой частоты (частота передатчика изменяется при каждом измерении, см. § 4.8), то уже нельзя считать, что производится n измерений, выполняемых с гауссовой ошибкой, и что общая дисперсия равна сумме элементарных дисперсий, деленной на n^2 .

Если цель флуктуирует, например, по закону Релея, то каждое измерение выполняется с ошибкой, имеющей распределение Стюдента, и усреднение результатов измерений не приводит к улучшению их точности.

5.6. РАСЧЕТ КЛАССИЧЕСКОЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИИ КРУГОВОГО ОБЗОРА

5.6.1. Зона обнаружения классической радиолокационной станции кругового обзора при отсутствии помех. Рассмотрим импульсную радиолокационную станцию кругового обзора, состоящую из передатчика, антенного переключателя, общей антенны для приема и передачи и приемника. Передатчик излучает сигналы на волне, близкой к 10 см. Частота этих сигналов случайная и изменяется через каждый период повторения. Частота повторения импульсов равна $f=250$ гц. Скорость враще-

ния антенны равна 18 град/сек . Ширина луча в азимутальной плоскости на уровне 3 дб равна 10^{-2} рад ($\alpha = 0,01 \text{ рад} = 0,57 \text{ град}$).

Требуется обеспечить перекрытие такой станцией зоны 500 км по дальности и 100 км по высоте с 90% -ной вероятностью обнаружения цели (флуктуирующей), имеющей эффективную отражающую поверхность $\sigma_e = 10 \text{ м}^2$; вероятность ложной тревоги 10^{-3} . Шумовая

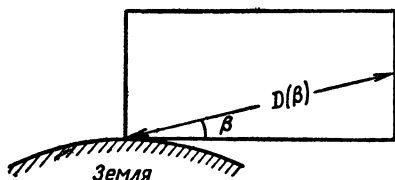


Рис. 5.26.

температура приемника принимается равной 1000° К .

Необходимо определить порядок величины средней* мощности передатчика. (Для упрощения поглощением радиоволн в атмосфере можно пренебречь.)

Вычислим величину $\alpha f/V$:

$$\frac{\alpha f}{V} = \frac{0,57 \cdot 250}{18} \approx 8.$$

Согласно изложенному в § 5.2.4.2 интегрирование может быть произведено по 6 элементарным измерениям (6 импульсов), что позволяет разделить R на $1,4 \sqrt{8}$; ($1,4 \sqrt{8} \approx 4$, следовательно, выигрыш равен 6 дб).

Кривые рис. 4.21 показывают, что следует взять R порядка $(13-6) \text{ дб}$, т. е. приблизительно 7 дб^* .

Обозначим через $G(\beta)$ усиление антенны (общей для передачи и приема) при угле места β и $D(\beta)$ — дальность действия станции при этом угле (рис. 5.26).

Энергия, излучаемая за время одного измерения, равна E_e . Известно, что плотность энергии, излучаемой под углом β , на дальности $D(\beta)$ равна

$$\frac{E_e G(\beta)}{4\pi D^2(\beta)}.$$

* Поскольку радиолокационная станция работает со случайной сменой частоты, то цель считается не флуктуирующей.

Цель с эффективной отражающей поверхностью σ_e переизлучает энергию в направлении на радиолокационную станцию с плотностью в месте нахождения станции

$$\frac{E_e G(\beta)}{4\pi D^2(\beta)} \frac{\sigma_e}{4\pi D^2(\beta)}.$$

Антенна воспринимает энергию, равную этой плотности, умноженной на действующую поверхность антенны в направлении β , т. е. на $\frac{\lambda^2 G(\beta)}{4\pi}$. Фактически это выражение нужно разделить на 2, учитывая несовершенство антенны (к. п. д. меньше 1). Тогда принимаемая антенной энергия от цели, находящейся под углом места β на дальности $D(\beta)$, за время измерения будет равна

$$E = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{E_e G^2(\beta) \sigma_e}{32\pi^2 D^4(\beta)}.$$

Шум радиолокационного приемника не зависит от β ; поэтому независимо от угла места β цели станция должна принимать одинаковую энергию E . Следовательно, величина $\frac{D^2(\beta)}{G(\beta)}$ также не должна зависеть от β .

Спектральная плотность шума равна kT_B . Следовательно, по условию величина R должна быть равна

$$R = \frac{E}{kT_B} = 5 \quad (7 \text{ } \partial \delta),$$

откуда:

$$\frac{E_e \sigma_e \lambda^2}{32\pi^2 4\pi} \frac{G^2(\beta)}{D^4(\beta)} \frac{1}{kT_B} = 5,$$

$$G(\beta) = D^2(\beta) \sqrt{\frac{5kT_B 32\pi^2 4\pi}{E_e \sigma_e \lambda^2}},$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} G(\beta) d\beta = \sqrt{\frac{5kT_B 32\pi^2 4\pi}{E_e \sigma_e \lambda^2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} D^2(\beta) d\beta.$$

Очевидно, что

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} G(\beta) d\beta = \frac{4\pi}{\alpha} \quad (\alpha \text{ — в радианах}),$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} D^2(\beta) d\beta = 2S.$$

Окончательно

$$\frac{16\pi^2}{\alpha^2} = \frac{5kT_B 32\pi^2 4\pi}{E_e \sigma_e \lambda^2} 4S^2, \quad E_e = \frac{500kT_B \alpha^2}{\sigma_e \lambda^2} S^2.$$

Получен очень интересный результат, состоящий в том, что *при данных α , λ , σ_e и T_B энергия, излучаемая за время измерения, пропорциональна квадрату поверхности заданной зоны обнаружения.*

Подставляя значения этих величин в формулу для E_e , получим $E_e = 25$ дж. Следовательно, радиолокационная станция 250 раз в секунду излучает энергию 25 дж. Отсюда средняя мощность передатчика должна быть 6 квт.

Теперь представим себе несколько иную схему радиолокационной станции. Пусть она имеет два передатчика и соответственно два приемника. Один передатчик связан с облучателем антенны, направляющим излучение энергии только под малыми углами места, а второй — с облучателем антенны, направляющим излучаемую энергию только под большими углами места (рис. 5.27).

Следовательно, фактически имеются две отдельные радиолокационные станции, за исключением того, что у них общий отражатель антенны. Каждая из этих стан-

* Приведенное в тексте равенство ошибочное. В действительности имеет место соотношение

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} G(\beta) \cos \beta d\beta = \frac{4\pi}{\alpha}.$$

Поэтому дальнейшие выводы автора годятся только для случая, когда излучение антенны ограничено небольшим углом места β_0 (когда $\cos \beta_0 \approx 1$). (Прим. ред.)

ций должна перекрыть зону обнаружения с поверхностью $S/2$.

Оба передатчика должны быть идентичны, и средняя мощность каждого из них составляет 1,5 кВт (практи-

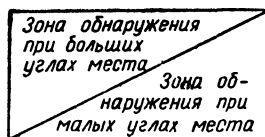


Рис. 5.27.

чески несколько больше). Требуемая общая мощность излучения разделена на 2, так как применяются два отдельных приемника (передатчик может быть и один при условии, что его мощность разделена на две равные части).

5.6.2. Зона обнаружения самолета с передатчиком помех радиолокационной станцией кругового обзора. Предположим теперь, что требуется получить такую же зону обнаружения цели, на которой установлен передатчик помех с всенаправленной антенной, излучающей белый шум с плотностью 10^{-6} вт/гц.

В этом случае энергия, переизлучаемая целью, равна

$$\frac{E_e G(\beta)}{4\pi D^2(\beta)} \sigma_e.$$

Требуется, чтобы

$$\frac{E_e G(\beta) \sigma_e}{4\pi D^2(\beta) \cdot 10^{-6}} = 5.$$

(Фактически с учетом к. п. д. антенны берут не 5, а 7.)

Здесь, так же как и в предыдущем случае, $\frac{G(\beta)}{D^2(\beta)}$ не зависит от β .

Можно еще написать

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} G(\beta) d\beta = \frac{28\pi \cdot 10^{-6}}{E_e \sigma_e} \int_0^{\frac{\pi}{2}} D^2(\beta) d\beta.$$

откуда

$$\frac{4\pi}{\alpha} = \frac{28\pi \cdot 10^{-6}}{E_e \sigma_e} 2S,$$

$$E_e = \frac{14 \cdot 10^{-6} \alpha}{\sigma_e} S.$$

Полученный результат показывает, что энергия, излучаемая за время одного измерения, зависит только от α и σ_e , и что при заданных значениях этих величин она пропорциональна поверхности требуемой зоны обнаружения.

Из вычислений для этого случая получаем $E_e = 700$ дж. Следовательно, радиолокационная станция должна излучать 250 раз в секунду энергию 700 дж. Средняя мощность передатчика должна быть равной 200 квт.

Применение нескольких приемников для отдельных участков зоны обнаружения теперь не дает никакого эффекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вудворд Ф. М. Теория вероятностей и теория информации с применениями к радиолокации. Пер. с англ., под ред. Г. С. Горелика. Изд-во «Советское радио», 1955.

2. Penin F. Cours de radar. Edite par l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique (E. N. S. A.).

3. Thourel L. Cours professé à l'E. N. S. A. Ed. E. N. S. A.

4. Macrum J. I. A statistical theory of target detection by pulsed radar. The Rand Corp., Dec. 1947 et July 1948.

5. «Радиолокационная техника», т. I и II. Пер. с англ. Изд-во «Советское радио», 1949.

6. «Пороговые сигналы». Пер. с англ., под ред. А. П. Сиверса. Изд-во «Советское радио», 1952.

7. Райс С. Теория флуктуационных шумов. В сб. «Теория передачи электрических сигналов при наличии помех». Изд-во иностранной литературы, 1953.

8. Turin G. L. Introduction to the theory of matched filters. IRE Trans., June 1960, v. IT, 6, p. 311.

Тури́н Г. Л. Согласованные фильтры. «Зарубежная радиоэлектроника», 1961, № 13.

9. Ville J. Cables et Trans., 1948, № 1, p. 61.

10. Клаудер, Прайс, Дарлингтон, Элберзгайм. Теория и расчет импульсных радиолокационных станций с частотной модуляцией. «Зарубежная радиоэлектроника», 1961, № 1.

11. Klauder J. R. Design of high-resolution radar signals Bell Syst. Tech. J., July 1960, v. 39, № 4.

Клаудер. Радиолокационные сигналы с высокой разрешающей способностью по дальности и скорости. «Зарубежная радиоэлектроника», 1961, № 1.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие редактора	5
Предисловие	7
От автора	10
Глава 1. Сигнал и шум, краткое изложение известных положений теории вероятностей	11
1.1. Проблема радиолокации	11
1.2. Априорная и апостериорная вероятности	16
1.3. Вероятность наличия или отсутствия сигнала в шуме. Апостериорная вероятность после одного опыта	20
1.4. Вероятность наличия или отсутствия сигнала в шуме. Апостериорная вероятность после ряда последовательных опытов	21
Глава 2. Дальность действия, точность и разрешающая способность радиолокационной станции	34
2.1. Вероятность наличия или отсутствия непрерывного сигнала в непрерывном шуме	34
2.2. Неоднозначность обнаружения. Вероятность ложной тревоги и вероятность обнаружения цели	41
2.3. Случай, когда полезный сигнал является сверхвысокочастотным	49
2.4. Точность измерения дальности	50
2.5. Разрешающая способность по дальности	55
2.6. Точность измерения радиальной скорости цели	58
2.7. Разрешающая способность по скорости	60
2.8. Подавление эхо-сигналов от неподвижных объектов . .	64
2.9. Заключение	72
Глава 3. Анализ принципов действия некоторых радиолокационных станций	76
3.1. Радиолокационная станция с корреляционным приемом .	76
3.2. Классическая импульсная радиолокационная станция. Прием с помощью согласованного фильтра	86
3.3. Радиолокационная станция со сжатием импульсов . . .	96
3.4. Доплеровская радиолокационная станция	103
Приложения к главе 3. Шум и функция автокорреляции	105
A.0. Общие положения. Характеристики шума	105
A.1. Упрощенное рассмотрение различия между полной и неполной корреляциями случайного сигнала	112
A.2. Некоторые простые методы вычисления функции автокорреляции случайного сигнала	118
Глава 4. Свойства реальных целей, флуктуации целей. Влияние условий распространения радиоволн	122
4.1. Общие положения	122
4.2. Эффективная отражающая поверхность плоской пластины	123
	215

4.3. Эффективная отражающая поверхность металлической сферы	125
4.4. Пассивные ответчики	127
4.5. Поле излучения гипотетической всенаправленной цели	130
4.6. Цель, состоящая из двух идентичных точечных целей	131
4.7. Цель, состоящая из двух неидентичных точечных целей	137
4.8. Цель произвольной формы	142
4.9. Заключение	154
Глава 5. Измерение угловых координат радиолокационной станцией. Работа радиолокационной станции, выполняющей несколько последовательных измерений. Зона обнаружения радиолокационной станции	157
5.1. Общие сведения о радиолокационном измерении угловых координат	157
5.2. Работа радиолокационной станции, выполняющей несколько последовательных измерений. Счет импульсов. Измерение угловых координат по методу счета импульсов	167
5.3. Радиолокационная станция со сканирующей антенной	186
5.4. Моноимпульсная радиолокационная станция	192
5.5. Влияние флуктуаций целей на точность радиолокационных измерений	206
5.6. Расчет классической радиолокационной станции кругового обзора	209
Литература	214

М. КАРПЕНТЬЕ

Современная теория радиолокацииРедактор *Н. Я. Аренберг*. Художественный ред. *В. Т. Сидоренко*Технический ред. *З. И. Яковлева*Обложка художника *В. И. Шаповалова*

Сдано в набор 15/VI 1965 г.

Подписано к печати 22/X 1965 г.

Формат 84×108¹/₃₂

Объем 11,34 п. л.

Уч.-изд. л. 9,676

Заказ 411

Тираж 8 300 экз.

Цена 79 коп.

Темплан 1965 г. № 63

Московская типография № 10 Главполиграфпрома
Государственного комитета Совета Министров СССР по печати.
Шлюзовая наб., 10.

Замеченные опечатки

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
87	4-я снизу	получался	Излучался
141	11 и 12-я снизу	при $n > 1: \phi > 0$ при $n < 1: \phi < 0$	при $n > 1, \phi > 0,$ при $n < 1, \phi < 0.$
147	9-я сверху	щель	цель
151	12-я снизу	щель	цель
214	22-я снизу	Масгит	Марсит

Зак. 411.

